

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

Máster Universitario en Astrofísica



TRABAJO DE FIN DE MÁSTER

**CARACTERIZACIÓN DE SISTEMAS EXOPLANETARIOS
MEDIANTE EL AJUSTE DE SERIES TEMPORALES
FOTOMÉTRICAS Y DE VELOCIDAD RADIAL**

ALUMNO

ANDRÉS MEGÍAS TOLEDANO ¹

DIRECTOR

DAVID MONTES GUTIÉRREZ ²

Curso académico 2018/2019

¹ anmegias@ucm.es.

² dmontes@ucm.es, Departamento de Física de la Tierra y Astrofísica, Facultad de Ciencias Físicas.

Resumen

Contexto. Durante las últimas décadas, el desarrollo de espectrógrafos de alta resolución y telescopios espaciales ha permitido el descubrimiento de numerosos exoplanetas alrededor de estrellas de distinto tipo espectral. Los métodos más usuales de detección son el de las velocidades radiales y el de los tránsitos, y cada uno proporciona distintas propiedades del planeta.

Objetivos. Estudiar ambos métodos de detección y aplicarlos conjuntamente a casos de exoplanetas transitantes con observaciones tanto fotométricas como de velocidad radial, usando distintos programas informáticos basados en estadística bayesiana y comparando los resultados que ofrecen.

Métodos. Las observaciones fotométricas usadas fueron tomadas por los telescopios espaciales Kepler y TESS, y las medidas de velocidad radial, por espectrógrafos de alta resolución como HARPS, HIRES y CARMENES. La visualización de los datos y un análisis preliminar se ha realizado mediante un código propio escrito en Python. El ajuste de las series temporales a modelos y la obtención de los parámetros se ha llevado a cabo mediante los programas pyaneti, juliet y PyORBIT.

Resultados. Se han estudiado principalmente tres sistemas exoplanetarios, K2-140, K2-32 y K2-141, obteniendo unos parámetros planetarios acordes a los publicados en artículos científicos. Se han estudiado las ventajas e inconvenientes de los programas empleados.

Conclusiones. Los programas mencionados permiten determinar los parámetros planetarios que mejor ajustan las observaciones de manera rigurosa. Además, el ajuste conjunto de datos fotométricos y de velocidad radial permite determinar estos parámetros con mayor precisión que un análisis separado.

Palabras clave: Exoplanetas – Técnicas fotométricas – Velocidad radial – Parámetros fundamentales – Estrellas: últimos tipos.

Abstract

Context. During the last decades, the development of high resolution spectrographs and space telescopes has allowed us to discover a large number of exoplanets around stars of different spectral type. The most used methods of detection are the transit method and radial velocity method, and each one provides different properties of the planet.

Aims. To study both methods of detection and to apply them jointly to transiting exoplanets with both photometric and radial velocity measurements using different software based on bayesian statistics and comparing the results they offer.

Methods. The photometric observations used were taken by space telescopes Kepler and TESS, and the radial velocity measurements come from high resolution spectrographs like HARPS, HIRES and CARMENES. The visualization of the data and a preliminary analysis have been made with a proper Python code written for this purpose. The fit of the temporal series to models and the determination of the parameters have been made with the codes pyaneti, juliet and PyORBIT.

Results. Three exoplanetary systems have been studied, K2-140, K2-32 and K2-141, obtaining parameters which are in agreement with those published in scientific papers. The advantages and disadvantages of the mentioned codes have been studied.

Conclusions. The mentioned codes allow us to determine the parameters which fit the observations better in a rigorous way. Moreover, the joint fit of photometric and radial velocity data gives more precise values of this parameters than a separate fit.

Keywords: Exoplanets – Photometric techniques – Radial velocities – Fundamental parameters – Stars: late types.

Índice

1. Introducción	1
1.1. Búsqueda de exoplanetas	1
1.2. Tránsitos planetarios	1
1.2.1. Observaciones	1
1.2.2. Profundidad del tránsito	2
1.2.3. Duración del tránsito	2
1.2.4. Forma de la curva de luz	3
1.2.5. Efecto de la excentricidad	4
1.3. Medidas de velocidad radial	5
1.3.1. Observaciones	5
1.3.2. Amplitud de la curva de velocidad radial	5
1.3.3. Forma de la curva de velocidad radial	6
2. Datos estudiados y métodos empleados	6
2.1. Observaciones	6
2.2. Análisis preliminar de la fotometría	7
2.3. Análisis preliminar de las velocidades radiales	9
2.4. Ajuste de modelos	9
2.4.1. Estadística bayesiana	9
2.4.2. Parámetros de los modelos	11
2.4.3. Supermuestreo del modelo de la curva de luz	12
2.4.4. Procesos gaussianos para modelar la actividad estelar	12
2.4.5. Programas empleados	13
3. Resultados y discusión	14
3.1. K2-140	14
3.1.1. Análisis preliminar	14
3.1.2. Ajuste con pyaneti	15
3.1.3. Ajuste con juliet	19
3.1.4. Ajuste con PyORBIT	21
3.2. K2-32	21
3.2.1. Análisis preliminar	21
3.2.2. Ajuste con pyaneti y juliet	21
3.3. K2-141	23
3.3.1. Análisis preliminar	23
3.3.2. Ajuste con pyaneti y juliet	23
4. Conclusiones	25

1. Introducción

1.1. Búsqueda de exoplanetas

El primer sistema exoplanetario fue descubierto en 1992 por Wolszczan [1]. Fueron descubiertas dos súper tierras, pero se trata de un sistema un tanto especial, pues la estrella que orbitan es un púlsar, PSR B1257+12. Fueron detectados por las variaciones que producían en el periodo del púlsar, que encajaban claramente con la presencia de dichos planetas.

El siguiente exoplaneta en descubrirse sí orbita una estrella de secuencia principal, 51 Pegasi – de hecho, una estrella de tipo solar. Fue descubierto en 1995 por Mayor y Queloz [2] con el método de la velocidad radial. A partir de una serie de espectros tomados con el espectrógrafo ELODIE, observaron unas variaciones periódicas en la velocidad radial de la estrella, que eran debidas a un compañero de masa planetaria, del orden de la masa de Júpiter. Aunque inicialmente hubo algunas dudas sobre la naturaleza de la señal de velocidad radial, el descubrimiento de señales del mismo tipo en otras estrellas durante los siguientes años apoyó la idea de que las señales observadas eran debidas al bamboleo de la estrella debida a la atracción gravitatoria del exoplaneta.

La confirmación definitiva de la existencia de exoplanetas llegó con el descubrimiento del primer planeta transitante en 1999 por Charbonneau *et al.* [3]. Primero observado con medidas de velocidad radial, que indicaban la presencia de un planeta de masa joviana, pudieron observarse varios tránsitos, determinando así el radio del planeta, del orden del radio de Júpiter. La ventaja de disponer de medidas tanto de velocidad radial como de tránsitos es poder determinar la densidad del planeta, y distinguir, por tanto, entre un planeta de tipo gaseoso o de tipo rocoso.

Estos primeros planetas eran en su mayoría de tipo joviano, pues al ser más masivos y más grandes, su detección requiere menor precisión instrumental. Con el tiempo, el desarrollo de espectrógrafos de alta resolución y el lanzamiento de telescopios espaciales dedicados a la búsqueda de tránsitos (como COROT y Kepler), ha permitido descubrir un gran número de exoplanetas con masas y radios cada vez menores. A día de hoy, existen confirmados más de 4000 exoplanetas, y ya se conocen decenas de exoplanetas de tipo terrestre. La gran mayoría de ellos han sido descubiertos por el método de los tránsitos y/o el de la velocidad radial, aunque existen otros métodos alternativos, como la imagen directa por interferometría, que ha permitido observar directamente algunos planetas [4].

Uno de los objetivos evidentes de los astrofísicos exoplanetarios es encontrar planetas no solo de tipo terrestre, sino también habitables. Para ello deben tener un radio orbital adecuado, de tal manera que se encuentren en la zona de habitabilidad del sistema estelar y pueda existir agua líquida en su superficie.

En este sentido, la búsqueda de exoplanetas en estrellas frías, de tipo M, hace más probable el descubrimiento de este tipo de planetas. Por un lado, al ser las estrellas más pequeñas y menos masivas, el efecto de los planetas se percibe mejor en las observaciones fotométricas y de velocidad radial. Por otro lado, la zona de habitabilidad es más próxima a la estrella, lo que significa que los planetas habitables tendrán periodos más cortos y será más probable y más fácil observarlos. Con este objetivo, el espectrógrafo de alta resolución CARMENES (*Calar Alto high-Resolution search for M-dwarfs with Exoearths with Near-infrared and optical Échelle Spectrographs*) realiza espectros a estrellas cercanas de este tipo, y está contribuyendo al descubrimiento de planetas de tipo terrestre [5, 6].

A continuación se explican los conceptos teóricos y las ecuaciones involucradas en los métodos de detección de los tránsitos y de la velocidad radial.

1.2. Tránsitos planetarios

1.2.1. Observaciones

Las observaciones de tránsitos planetarios consisten en series temporales fotométricas de la estrella anfitriona.

De la imagen original, normalmente en el rango óptico, se suman los valores de varios píxeles que encierran a la estrella en cuestión, obteniendo un valor de cuentas analógicas que será proporcional al flujo de la estrella. Es necesario también calcular el flujo en cuentas de otras estrellas cercanas y usarlos como referencia para calibrar la medida, sobre todo en observaciones terrestres, donde la variación de altura de la estrella y las posibles variaciones atmosféricas modifican el flujo recibido. Por otra parte, en observaciones espaciales, al ser tan precisas, puede observarse una

modulación del flujo estelar con el periodo de rotación de la estrella, debido a la aparición, evolución y desaparición de manchas en la superficie. Para quitar este efecto, se debe ajustar dicha tendencia y dividir el flujo por esta.

En estas circunstancias, el flujo de la estrella deberá ser prácticamente constante. Si un exoplaneta la orbita en un plano cuyo eje es perpendicular a nuestra línea de visión, habrá un intervalo de tiempo en el que este transitará por delante de la estrella, ocultando parte de su luz. Esto se verá reflejado en las medidas fotométricas de la estrella en una bajada brusca pero sutil del flujo mientras se produce el tránsito, para después volver al valor anterior. La curva de luz resultante tendrá distinta forma dependiendo de las propiedades del planeta, de la estrella y de su orientación respecto a nosotros.

Normalmente en una serie fotométrica se observan varios tránsitos, obteniendo el periodo orbital del planeta, P . Una vez conocido el periodo, se pueden representar las medidas en función de la fase orbital, y así tener un mejor muestreo de la curva de luz del tránsito.

1.2.2. Profundidad del tránsito

La profundidad del tránsito, Δf , se define como la diferencia relativa entre el flujo de la estrella antes del tránsito, \mathcal{F}_0 , y el flujo durante el tránsito, \mathcal{F}_{tr} , es decir, $\Delta f \equiv (\mathcal{F}_0 - \mathcal{F}_{tr}) / \mathcal{F}_0$. Si consideramos que el brillo del disco estelar es uniforme, el flujo recibido \mathcal{F}_0 será proporcional a su área, πR_\star^2 , con R_\star el radio de la estrella. Como nuestra distancia al sistema es mucho mayor que la distancia estrella-planeta, durante el tránsito el planeta bloquea una fracción del disco estelar igual a πR^2 , con R el radio del planeta, de modo que:

$$\Delta f \equiv \frac{\mathcal{F}_0 - \mathcal{F}_{tr}}{\mathcal{F}_0} = \frac{R^2}{R_\star^2} . \quad (1)$$

Lo normal es que se conozcan previamente tanto la masa como el radio de la estrella, de modo que el radio del planeta se obtiene directamente de la profundidad del tránsito.

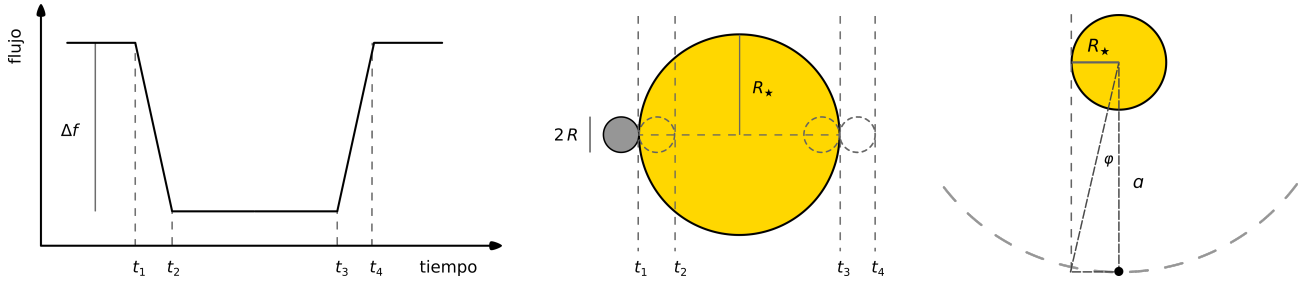


Figura 1. Esquemas de un tránsito planetario. *Izquierda:* Forma de la curva de luz de la estrella durante el tránsito. *Centro:* Trayectoria del disco planetario frente al disco estelar durante un tránsito diametral. *Derecha:* Fracción de la órbita planetaria que supone el tránsito.

1.2.3. Duración del tránsito

La duración del tránsito viene determinada fundamentalmente por el semieje mayor de la órbita planetaria, a . Se pueden definir cuatro instantes de tiempo en la curva de luz del tránsito (figura 1). El instante t_1 corresponde al comienzo del tránsito, cuando el planeta comienza a bloquear la luz de la estrella. Mientras el disco del planeta entra en el de la estrella, el flujo recibido baja con bastante rapidez, hasta el instante t_2 . A partir de entonces, el flujo recibido es constante (\mathcal{F}_{tr}). El instante t_3 es el momento en el que el planetario comienza a salir del disco estelar, de modo que el flujo vuelve a aumentar con bastante rapidez hasta volver a su valor inicial (\mathcal{F}_0) en el instante t_4 , momento en el que el disco del planeta sale por completo del de la estrella. La duración total del tránsito será, pues, $t_{1,4} = t_4 - t_1$, y la duración de la ocultación completa, $t_{2,3} = t_3 - t_2$. La duración total suele ser del orden de horas.

Suponiendo un tránsito diametral, como el de la figura 1, y una órbita circular, e ignorando el tamaño del planeta, el ángulo φ que recorre el planeta en medio tránsito, será tal que $\tan \varphi \cong (R_\star) / a$; teniendo en cuenta el radio del planeta, se tendría $\tan \varphi \cong (R_\star + R) / a$. La pequeña aproximación es debida a la curvatura de la órbita (que es despreciable en la mayoría de los casos). Precisamente por ello, como normalmente $a \gg R_\star$, se tiene que $\tan \varphi \cong \sin \varphi \cong \varphi$.

Es decir, el ángulo transcurrido durante el tránsito es 2φ . A su vez, este ángulo viene determinado por la velocidad angular del planeta y la duración del tránsito ($t_{1,4}$). Suponiendo una órbita circular, la velocidad angular será $2\pi/P$,

con P el periodo orbital. Por tanto:

$$2\varphi = \frac{2\pi}{P} t_{1,4} \Rightarrow \frac{R_* + R}{a} \cong \frac{\pi}{P} t_{1,4} \Rightarrow \frac{a}{R_*} \cong \frac{P}{\pi t_{1,4}} \left(1 + \frac{R}{R_*}\right). \quad (2)$$

Si se observa más de un tránsito de un exoplaneta, que es lo normal, se conoce el periodo P , por lo que es posible estimar el semieje mayor a . De todos modos, existe otro método para hallar el semieje mayor si no se conociera el periodo (es decir, si solo se observara un tránsito). La tercera ley de Kepler relaciona precisamente el periodo con el semieje mayor:

$$\frac{a^3}{P^2} \cong \frac{G M_*}{4\pi^2}, \quad (3)$$

donde G es la constante de gravitación universal y M_* es la masa de la estrella (que es mucho mayor que la del planeta). Dividiendo por el radio estelar, se tiene:

$$\left(\frac{a}{R_*}\right)^3 \cong \frac{G M_*}{4\pi^2 R_*^3} P^2 \Rightarrow \left(\frac{a}{R_*}\right)^3 \cong \frac{G \rho_*}{3\pi} P^2, \quad (4)$$

con ρ_* la densidad estelar. Combinando las ecuaciones 2 y 4, se llega a:

$$\frac{a}{R_*} \cong \frac{\frac{\pi}{3} G \rho_* t_{1,4}^2}{\left(1 + \frac{R}{R_*}\right)^2}. \quad (5)$$

Además, volviendo a usar la tercera ley de Kepler podría obtenerse el periodo orbital.

Es decir, con solo observar un tránsito se puede determinar el radio, el semieje mayor y el periodo del planeta, los dos primeros en función del radio estelar. Sin embargo, lo habitual es observar más de un tránsito – oficialmente se requieren tres para confirmar un planeta. En dicho caso, se puede usar la tercera ley de Kepler para comprobar que la densidad estelar derivada de los parámetros planetarios coincide con el valor conocido.

En el caso de que el tránsito no fuera diametral, habría que tener en cuenta el ángulo de inclinación entre eje del plano orbital del planeta y nuestra línea de visión, i . Conviene utilizar más bien el parámetro de impacto, b , que es la distancia proyectada entre el centro de la estrella y el centro del planeta en el momento central del tránsito:

$$b \equiv \frac{a}{R_*} \cos i, \quad (6)$$

de modo que $b = 0$ ($i = 90^\circ$) en un tránsito diametral y $b = 1$ en un tránsito rasante (figura 2). Así, la ecuación 2 se convertiría en: [7]

$$\frac{a}{R_*} \cong \frac{P}{\pi t_{1,4}} \sqrt{\left(1 + \frac{R}{R_*}\right)^2 - b^2}. \quad (7)$$

Conviene destacar que dado que $a \gg R_*$, el ángulo de inclinación i debe ser muy cercano a 90° para que se pueda producir un tránsito (típicamente $|i - 90^\circ| < 5^\circ$). Por ello, solo una fracción de los sistemas planetarios pueden ofrecer tránsitos desde nuestra perspectiva.

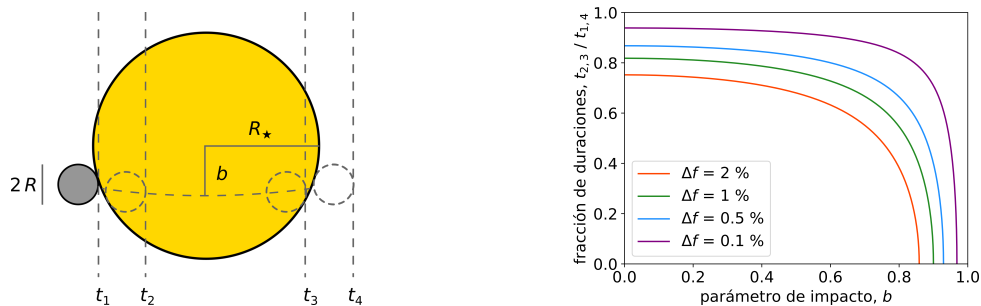


Figura 2. *Izquierda:* Esquema de un tránsito planetario no diametral. *Derecha:* Relación entre el parámetro de impacto y el cociente de duraciones del tránsito.

1.2.4. Forma de la curva de luz

Hemos hablado de la duración total del tránsito, $t_{1,4}$, que depende del semieje mayor, el periodo y el parámetro de impacto. Pero la duración de la ocultación completa, $t_{2,3}$, también depende de estos factores. El cociente $t_{2,3}/t_{1,4}$ viene

determinado fundamentalmente por el parámetro de impacto según la siguiente ecuación: [7]

$$\left. \begin{aligned} t_{2,3} &\cong \frac{P}{\pi} \frac{R_{\star}}{a} \sqrt{\left(1 - \frac{R}{R_{\star}}\right)^2 - b^2} \\ t_{1,4} &\cong \frac{P}{\pi} \frac{R_{\star}}{a} \sqrt{\left(1 + \frac{R}{R_{\star}}\right)^2 - b^2} \end{aligned} \right\} \left(\frac{t_{2,3}}{t_{1,4}} \right)^2 \cong \frac{\left(1 - \frac{R}{R_{\star}}\right)^2 - b^2}{\left(1 + \frac{R}{R_{\star}}\right)^2 - b^2} . \quad (8)$$

Este cociente determina la forma de la curva de luz. Para tránsitos diametrales o similares ($b \simeq 0$), el cociente suele ser casi 1, de modo que la curva de luz tiene forma de U. Para tránsitos rasantes o casi rasantes ($b \simeq 1$), el cociente se acerca a 0, de modo que se tiene una curva en forma de V. De forma inversa, midiendo el cociente de tiempos $t_{2,3}/t_{1,4}$ se puede determinar el parámetro de impacto: [7]

$$b^2 \cong \frac{\left(1 - \frac{R}{R_{\star}}\right)^2 - \left(1 + \frac{R}{R_{\star}}\right)^2 \left(\frac{t_{2,3}}{t_{1,4}}\right)^2}{1 - \left(\frac{t_{2,3}}{t_{1,4}}\right)^2} . \quad (9)$$

En la figura 2 se puede ver la relación expresada en las ecuaciones 8 y 9. Aquí se puede ver que el cociente de duraciones, y por tanto la forma de la curva de luz, es bastante uniforme y solo cambia drásticamente para tránsitos prácticamente rasantes ($b \gtrsim 0.9$). Para determinar el parámetro de impacto correctamente, por tanto, hay que determinar con precisión el cociente de tiempos, pues un error pequeño en $t_{2,3}/t_{1,4}$ puede convertirse en un error grande en b y, como consecuencia, en un error en el semieje mayor a (ecuación 7).

Una forma de saber si se han cometido dichos errores es estimar la densidad estelar con los parámetros planetarios, usando la tercera ley de Kepler (ecuación 4), y compararla con el valor conocido previamente. Si se encuentran diferencias significativas, los parámetros planetarios se habrán obtenido incorrectamente y habrá que revisar los cálculos.

Por otro lado, existe otro factor que interviene en la forma de la curva de luz. Inicialmente se ha considerado que el disco estelar tiene un brillo uniforme. Sin embargo, esto no es correcto: debido al gradiente de temperatura en la atmósfera de la estrella el disco observado es más brillante en el centro que en los bordes (oscurecimiento al borde). Esto produce que la curva de luz de un tránsito tenga una forma más redondeada que la de la figura 1. En concreto, durante el tiempo de ocultación completa ($t_{2,3}$) el flujo ya no es constante, sino que disminuye ligeramente a medida que el planeta avanza hasta un mínimo que se produce en la mitad del tránsito, para luego aumentar ligeramente.

Normalmente el oscurecimiento al borde se parametriza con una ley cuadrática que utiliza dos coeficientes, u_1 y u_2 . Si ϕ es el ángulo entre la línea de visión y la dirección de la luz emergente en un punto de la superficie estelar, la intensidad específica de la estrella en dicho punto sería: [8]

$$I(\phi) = I_0 \left[1 - u_1(1 - \cos \phi) - u_2(1 - \cos \phi)^2 \right] , \quad (10)$$

donde I_0 es la intensidad en el centro de la estrella.

Los valores de estos parámetros, que dependen de la estrella y también de la longitud de onda, modifican la curvatura de la curva de luz. La relación matemática entre estos coeficientes y el resto de parámetros de la curva es algo compleja pero es conocida, de modo que comparando la curva de luz observada con distintas curvas de luz modelo pueden deducirse los coeficientes u_1 y u_2 . De forma parecida al parámetro de impacto, es importante conocer bien estos coeficientes para no deducir erróneamente el semieje mayor de la órbita, aunque en este caso los efectos son menores.

1.2.5. Efecto de la excentricidad

En los cálculos anteriores se han supuesto órbitas circulares, es decir, con excentricidad $e = 0$, pero podríamos preguntarnos cuál sería el efecto de la excentricidad en los parámetros de la curva de luz. Las ecuaciones 6 y 8 se convertirían en: [9]

$$b = \frac{1 - e^2}{1 + e \sin \omega} \frac{a}{R_{\star}} \cos i , \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} b &= \frac{1-e^2}{1+e \sin \omega} \frac{a}{R_*} \cos i \\ t_{1,4} &\cong \frac{\sqrt{1-e^2}}{1+e \sin \omega} \frac{P}{\pi} \frac{R_*}{a} \sqrt{\left(1 + \frac{R}{R_*}\right)^2 - b^2} \end{aligned} \right\}, \quad (12)$$

donde ω es el ángulo del periastro de la estrella. Como puede verse, el efecto de la excentricidad no es muy importante. Además, la mayoría de planetas transitantes observados tienen excentricidad nula o pequeña ($e \lesssim 0.1$).

1.3. Medidas de velocidad radial

1.3.1. Observaciones

Las medidas de velocidad radial de la estrella anfitriona se obtienen a través de series temporales de espectros de alta resolución en el óptico o el infrarrojo cercano.

Después de eliminar las partes del espectro afectadas por líneas telúricas o afectadas por actividad estelar, se aplica a distintos órdenes del espectro la técnica de la correlación cruzada, usando otro espectro de referencia, con una velocidad radial conocida. Promediando los valores obtenidos, se obtiene una medida de la velocidad radial de la estrella en el instante en el que se tomó el espectro.

En ausencia de planetas, la velocidad radial de la estrella debería ser prácticamente constante en el tiempo, debida al movimiento relativo entre dicha estrella y el Sol. Sin embargo, si existiera un planeta, la estrella describiría una órbita en torno al centro de masas del sistema (figura 3). Este movimiento es mucho más pequeño que el del planeta, al tener la estrella más masa, pero por efecto Doppler tendrá un efecto oscilatorio en el espectro de la estrella, desplazándose al rojo y al azul con el mismo periodo orbital que el del planeta, P . El momento correspondiente a un tránsito sería aquel en el que el desplazamiento pase de ser al azul (el planeta se acerca, la estrella se aleja) a ser al rojo (el planeta se aleja, la estrella se acerca). Este efecto será más pronunciado cuanto más de canto veamos al sistema, es decir, cuanto más cercano sea el ángulo i a 90° .

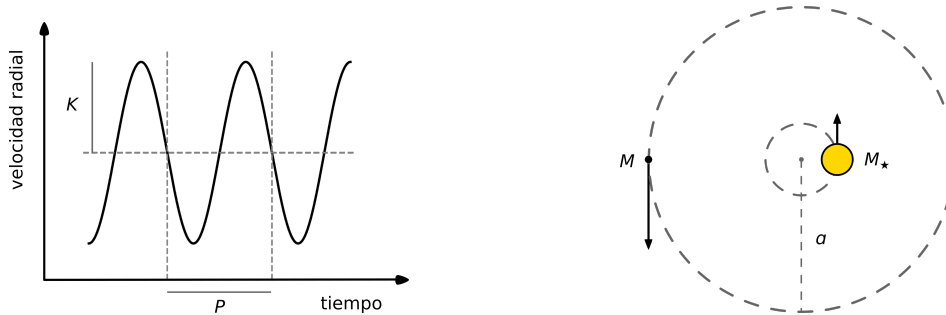


Figura 3. Esquemas del efecto de un planeta en la velocidad radial de su estrella. *Izquierda:* Curva de velocidad radial de la estrella para una órbita circular; se marcan los instantes de tiempo en los que se producirían los tránsitos, suponiendo que el sistema se viera de canto desde nuestra perspectiva. *Derecha:* Movimiento orbital de la estrella y su planeta alrededor del centro de masas común.

1.3.2. Amplitud de la curva de velocidad radial

El semieje mayor de la órbita de la estrella es más pequeño que el del planeta, evidentemente, y de la fórmula del centro de masas se deriva que el cociente de semiejes mayores es, para una órbita circular, el inverso del cociente de masas: $a_*/a = M/M_*$ (M es la masa del planeta).

Para obtener la semiamplitud de la variación en velocidad radial, K , habrá que proyectar a_* en nuestra línea de visión y multiplicar por la frecuencia angular, $2\pi/P$. Por otro lado, aplicando la tercera ley de Kepler (ecuación 3) se puede despejar el semieje del planeta, a , de modo que se tiene:

$$K = \frac{2\pi}{P} a_* \sin i \Rightarrow K = \frac{2\pi}{P} a \frac{M}{M_*} \sin i \Rightarrow K \cong \sqrt[3]{\frac{2\pi G M_*}{P}} \frac{M}{M_*} \sin i. \quad (13)$$

Teniendo en cuenta la excentricidad, e , la expresión quedaría: [10]

$$K \cong \frac{1}{\sqrt{1-e^2}} \sqrt[3]{\frac{2\pi G M_*}{P}} \frac{M}{M_*} \sin i. \quad (14)$$

Como cabía esperar, la amplitud de la señal de velocidad radial aumenta con el cociente entre la masa del planeta y la masa de la estrella (en concreto, $K \propto M/M_\star^{2/3}$). Si se tienen suficientes observaciones como para ver varios ciclos de la curva de velocidad radial, se obtiene el periodo, P . Observando la forma de la curva se obtiene la excentricidad, e , como se explica a continuación, así que midiendo la amplitud de la curva se puede despejar la masa del planeta en función de la de su estrella. La masa estelar suele conocerse previamente, así que de esta forma se determina la masa mínima planetaria, $M \sin i$ (por la indeterminación del ángulo de inclinación, i).

1.3.3. Forma de la curva de velocidad radial

En el caso de una órbita circular, la forma de la curva de velocidad radial en función del tiempo es sinusoidal. Sin embargo, en una órbita elíptica, la forma de la curva empieza a deformarse. La ecuación que describe la curva de velocidad radial es: [10]

$$v_\star(t) = v_{\star,0} + K [\cos(\theta(t) + \omega) + e \cos \omega] , \quad (15)$$

donde t es el tiempo, $v_{\star,0}$ es la velocidad radial propia de la estrella, ω es el ángulo del periastro de la estrella y $\theta(t)$ es la anomalía verdadera. La anomalía depende del tiempo de una manera algo compleja, con una relación trigonométrica sin solución analítica:

$$\left. \begin{aligned} \theta(t) &= 2 \arctan \left[\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \left(\frac{\theta_e(t)}{2} \right) \right] \\ \theta_e(t) - e \sin(\theta_e(t)) &= \frac{2\pi}{P} (t - t_{\text{ref}}) \end{aligned} \right\} , \quad (16)$$

donde $\theta_e(t)$ es la anomalía excéntrica y t_{ref} es un tiempo de referencia. En el caso de una órbita circular, la relación se simplifica y simplemente se tiene que la anomalía verdadera es proporcional al tiempo: $\theta(t) = (2\pi/P)(t - t_{\text{ref}})$.

Comparando la forma de la curva de velocidad radial con estas expresiones se puede determinar tanto la excentricidad como el ángulo del periastro de la estrella, de manera que se puede despejar el valor de la masa planetaria en la ecuación 14, usando el periodo orbital P . Adicionalmente, el periodo sirve para estimar el semieje mayor a con la tercera ley de Kepler (ecuación 3).

En cuanto a la velocidad radial propia de la estrella, su caracterización no es importante a la hora de obtener los parámetros planetarios, ya que nos interesa la variación debida al planeta. Sin embargo, si se utilizan espectrógrafos distintos para obtener velocidades radiales de la misma estrella, cada uno puede medir un valor del continuo distinto (desplazamiento instrumental, v_{instr}). Este valor puede estimarse empíricamente de modo que las medias de todos los instrumentos tengan valores en torno al cero.

2. Datos estudiados y métodos empleados

2.1. Observaciones

Las observaciones fotométricas provienen de los telescopios espaciales Kepler y TESS, ambos de la NASA, cuyo objetivo principal es la observación de tránsitos de exoplanetas.

El telescopio espacial Kepler fue lanzado en 2006 y durante 7 años observó un campo de estrellas en la constelación del Cisne. Tenía dos modos de imagen, uno con una cadencia de 59 segundos y otro con una cadencia de 29.4 minutos. En 2013 terminó su misión nominal y comenzó su misión extendida K2, en la cual observó diferentes campos de estrellas alrededor de la eclíptica, solo con la cadencia de 29.4 minutos. Dejó de funcionar en 2018.

El telescopio TESS (*Transiting Exoplanet Survey Satellite*) se lanzó en 2018 como sucesor de Kepler en la búsqueda de exoplanetas. En dos años, TESS podrá observar prácticamente toda la esfera celeste, unas zonas con más cobertura que otra. Tiene varios modos de imagen, pero para las observaciones de tránsitos de exoplanetas la cadencia es de 2 minutos.

Las curvas de luz de Kepler y TESS se han descargado principalmente en formato .fits del Archivo Mikulski para Telescopios Espaciales (MAST). * Todas las curvas de Kepler descargadas fueron elaboradas con el algoritmo EVE-REST de Luger *et al.* [11] a partir de las imágenes originales, y las de Kepler fueron elaboradas por el equipo de TESS de la NASA a partir de las imágenes correspondientes.

* <http://archive.stsci.edu/> , <https://exo.mast.stsci.edu/> .

En cuanto a las velocidades radiales, provienen de espectros tomados por espectrógrafos de alta resolución, en concreto: CORALIE, HARPS, FIES, HIRES, CARMENES y PFS. Se ha trabajado directamente con las velocidades radiales publicadas en diferentes artículos científicos, en formato de tabla.

Tanto en las observaciones fotométricas como en las de velocidad radial el tiempo se mide en fecha juliana bari-céntrica (BJD), en días. En ocasiones el tiempo venía referido a un día concreto (en BJD), así que en dichos casos se ha transformado el tiempo sumando esa referencia, con Python.

2.2. Análisis preliminar de la fotometría

Antes de realizar un ajuste de las observaciones a un modelo, conviene visualizar los datos y determinar si existen tránsitos planetarios. Además, con medidas tan precisas como las de Kepler o TESS, se aprecia la modulación del flujo por la presencia de manchas estelares y la rotación. Esta tendencia debe eliminarse para poder modelizar las curvas de los tránsitos correctamente. A continuación, puede realizarse un periodograma para obtener el periodo orbital y el instante central del primer tránsito, datos que se utilizarán posteriormente para el ajuste de modelos.

Se ha escrito un código en Python para este propósito. Admite curvas de luz en formato .fits de Kepler y TESS y también curvas de luz en formato tabla (texto plano). El código es secuencial e interactivo, preguntando primero por el nombre del archivo. Una vez introducido, muestra una gráfica del flujo, normalizado con su mediana, en función del tiempo transcurrido respecto al primer dato. En caso de haber algunos valores atípicos (*outliers*), es posible introducir una amplitud máxima, de modo que se eliminan los valores que se alejen del 1 una distancia mayor que dicha amplitud. Esto es habitual en las medidas de Kepler y TESS debido a errores instrumentales puntuales. La figura 4 (izquierda) muestra un ejemplo de la curva de luz de la estrella WASP-4 obtenida por TESS, tras realizar este recorte con una amplitud de 0.04. En este caso se observan muy bien los tránsitos de un planeta a simple vista.

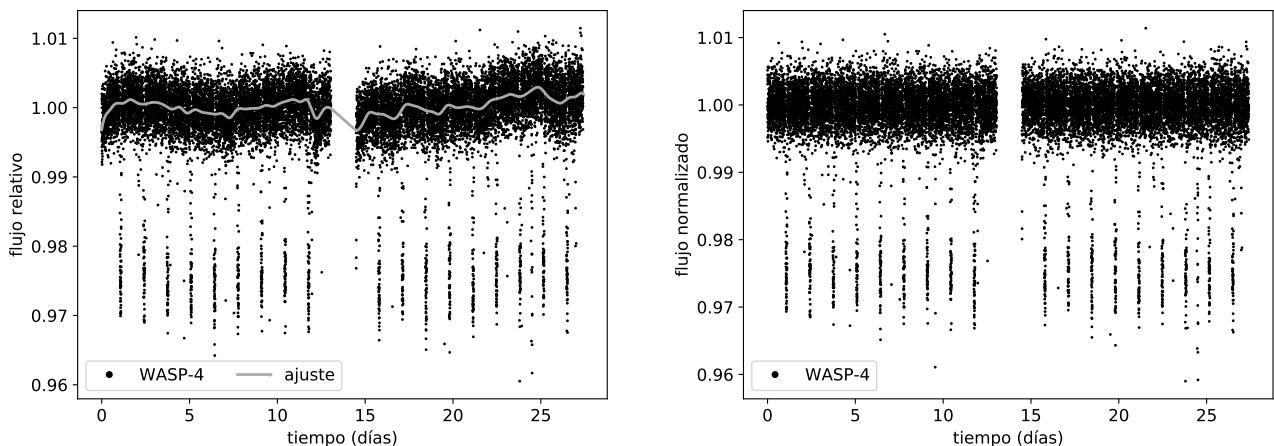


Figura 4. *Izquierda:* Curva de luz de la estrella WASP-4 medida por TESS y ajuste de su tendencia; el tamaño del filtro mediano es $\ell = 901$ y el parámetro de suavidad es $s = 0.992$. *Derecha:* Curva de luz de WASP-4 normalizada según la tendencia ajustada.

Una vez realizado el recorte, se procede al ajuste de la tendencia de la curva. Primero debe introducirse un número impar ℓ que será el tamaño del filtro mediano que se aplicará a la curva. Este filtro (función `median_filter` de la librería `scipy`) asigna a cada medida del flujo la mediana del conjunto de los ℓ flujos circundantes centrados en el punto original, suavizando así la curva. Si se escoge un valor suficientemente grande, que depende de la cantidad de puntos en cada tránsito individual, estos serán sustituidos por valores cercanos al continuo. Una vez introducido el valor, en la gráfica del flujo se superpone el ajuste y se crea otra gráfica con el flujo normalizado por dicha tendencia. Si el resultado no fuera correcto, se puede introducir un nuevo número ℓ hasta obtener un buen ajuste.

El uso del filtro mediano tiene varios inconvenientes. En primer lugar, no funciona bien con los extremos de los datos, pues tiene que repetir los puntos extremos para conseguir un conjunto de ℓ valores. Por otro lado, el valor del continuo ajustado durante los tránsitos siempre va a ser algo más bajo que el continuo real, pues aunque la mediana sea una operación bastante robusta, el efecto de los valores más bajos de flujo tiende a reducir el valor de la mediana. Como consecuencia, la profundidad del tránsito se verá un poco más pequeña que la real.

Por ello, tras este primer ajuste, el código permite introducir un nuevo número s , cercano a 1, para realizar un ajuste por *splines* (curvas flexibles) de grado 3 por medio de la función `UnivariateSpline` de la librería `scipy`. Antes de

realizarlo, el programa realiza un recorte-sigma (de 2.5σ y 3 iteraciones) sobre la curva normalizada con el filtro mediano para detectar qué puntos corresponden a tránsitos, de modo que el ajuste por *splines* se realiza sobre la curva de luz original (sin la tendencia sustraída) solo en los \tilde{N} puntos correspondientes a instantes sin tránsitos, \tilde{t}_j . La función `UnivariateSpline` requiere un parámetro llamado suavidad que determina el número de puntos de unión usados por las *splines*. El número que se introduce, s , se ha definido como un parámetro de suavidad normalizado, que se transforma internamente al formato de la función de `scipy` de tal manera que se cumple la siguiente relación:

$$\sum_{j=1}^{\tilde{N}} \frac{(\mathcal{F}(\tilde{t}_j) - \tilde{\mathcal{F}}(\tilde{t}_j))^2}{\tilde{N}} \leq (s\tilde{\sigma})^2, \quad (17)$$

donde $\mathcal{F}(\tilde{t}_j)$ y $\tilde{\mathcal{F}}(\tilde{t}_j)$ son los valores del flujo y del ajuste por *splines* en cada instante \tilde{t}_j y $\tilde{\sigma}$ es la desviación estándar de dichos puntos. De este modo el valor de s deberá ser muy cercano a 1, y cuanto mayor sea, menos puntos de unión tendrá el ajuste y más suave será.

Gracias a este ajuste se evitan los dos problemas del filtro mediano que se han comentado. Tras dar por válido este paso, se puede volver a recortar la curva con un umbral inferior en flujo, por si hubiera nuevos *outliers*. La figura 4 muestra el ajuste realizado a la curva de la estrella WASP-4, con $\ell = 901$ y $s = 0.992$, y la curva de luz normalizada, donde se observa que el continuo es bastante uniforme.

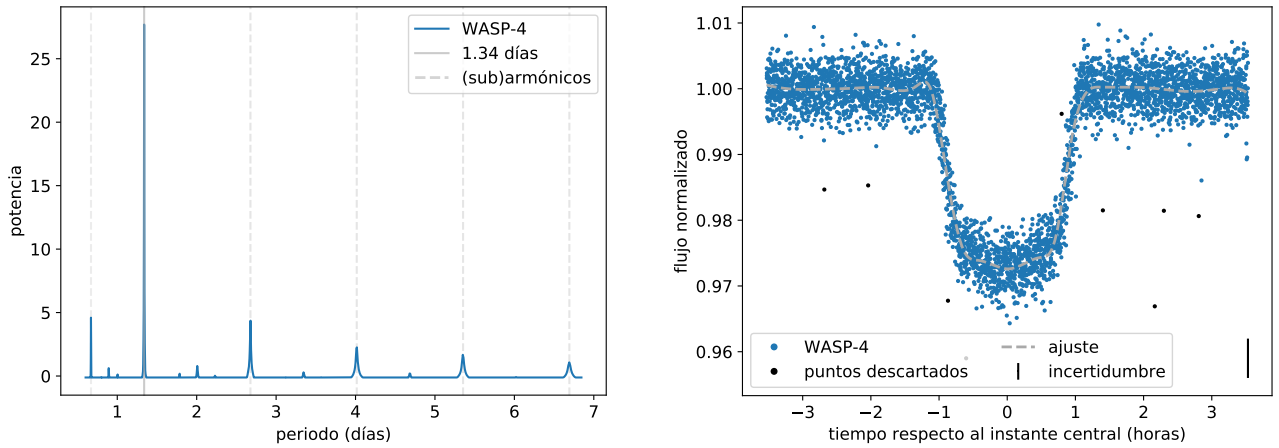


Figura 5. *Izquierda:* Periodograma TLS de la curva de luz normalizada de la estrella WASP-4. *Derecha:* Curva de luz replegada del tránsito observado en la estrella WASP-4. Se marca el ajuste de la curva ($s' = 1$) y los puntos descartados, que se alejan demasiado de esta.

A continuación el código realiza el periodograma TLS (*Transit Least Squares*) de Hippke y Heller [12], utilizando su propia librería `transitleastsquares`. El algoritmo realiza numerosas curvas de luz con diferentes periodos, duraciones y formas (a través del código `batman` de Kreidberg [15]), distribuidas en relación a distintos instantes de referencia. Los resultados son un periodograma, el periodo más probable (con su incertidumbre) y el instante central del primer tránsito; la potencia del periodograma está expresada en eficiencia de la detección de la señal (SDE). Una vez obtenido el periodo y la duración del tránsito, pueden extraerse las partes de la curva de luz correspondientes y replegar (poner en fase) todos los tránsitos en una sola curva de luz.

La figura 5 muestra estos pasos para la estrella WASP-4. En el periodograma se ve muy bien el periodo del tránsito e incluso sus armónicos u un subarmónico, y la curva de luz replegada sale muy completa. En este punto, el programa pregunta si se quiere aceptar o descartar el tránsito y, en caso de aceptarlo, si se quiere buscar otro planeta. Si se quiere buscar otro planeta, el código primero elimina de la curva de luz normalizada los tramos correspondientes a este primer tránsito y le aplica al resto de puntos el periodograma TLS. En el caso de WASP-4 solo hay un planeta, así que se continuaría a la última parte, en la que se puede realizar una última limpieza de *outliers*. En primer lugar, se estima la incertidumbre en el flujo como la desviación estándar de la curva de luz normalizada en las regiones sin tránsito.* A continuación, introduciendo otro parámetro de suavidad s' , se realiza otro ajuste por *splines* y se eliminan los puntos que se alejen demasiado de este, en función de la profundidad del tránsito y la incertidumbre en flujo.

Para finalizar, el programa guarda en un fichero de texto plano las regiones de la curva de luz normalizada correspondientes a los tránsitos. No se guarda la curva entera porque las regiones planas no se utilizarán para el ajuste de

* Esta es una buena estimación de la incertidumbre y es más cómodo que trabajar desde el principio con las incertidumbres instrumentales; en cualquier caso, se comprobó que esta estimación es muy parecida a las incertidumbres originales.

modelos.

2.3. Análisis preliminar de las velocidades radiales

Al igual que los datos fotométricos, conviene visualizar las medias de velocidad radial e intentar encontrar periodicidades antes de realizar el ajuste de modelos. Con este propósito se ha escrito un pequeño código en Python.

El programa lee datos en formato de tabla (texto plano) y es secuencial e iterativo. Primero pide el nombre del archivo a leer. Si las medidas provienen de distintos espectrógrafos, la última columna de la tabla debe indicar el nombre del instrumento, para que el programa trate los datos por separado. A continuación se muestran dos gráficas de la velocidad en función del tiempo transcurrido respecto al instante del primer dato. En la primera gráfica se representan los datos originales, y en la segunda, a cada grupo de datos de cada instrumento se le ha sustraído su media. De esta manera se estiman los desplazamientos (*offsets*) de cada instrumento, como una primera aproximación, y se elimina su efecto, para poder trabajar con todos los datos conjuntamente. La figura 6 muestra medidas de velocidad radial de la estrella GJ 436 tomadas por CARMENES [13], a modo de ejemplo; estas medidas están corregidas de posibles desviaciones de unas épocas a otras (punto cero de velocidad radial). En este caso, al tratarse de un solo instrumento, no hace falta corregir ningún desplazamiento.

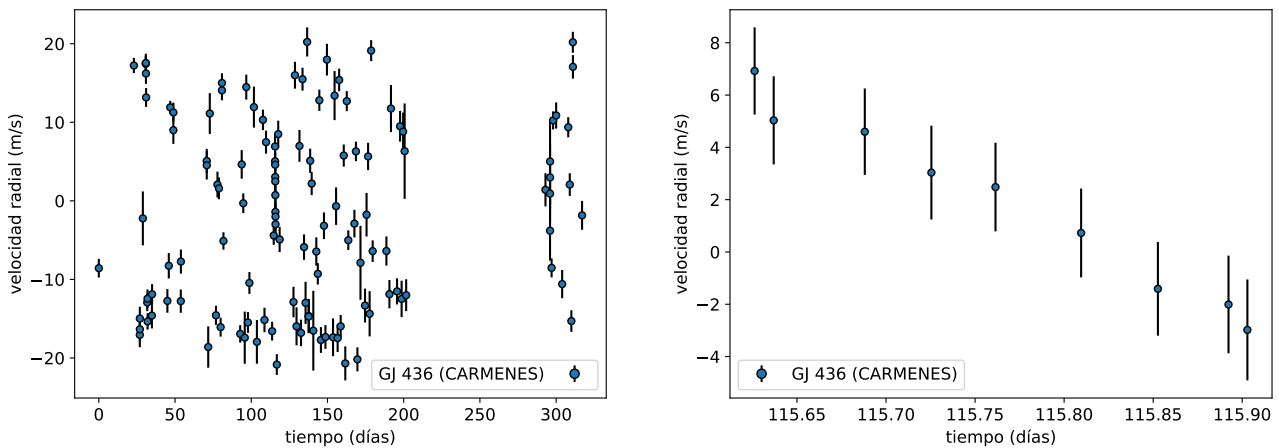


Figura 6. *Izquierda:* Medidas de velocidad radial de la estrella GJ 436 medidas por CARMENES. *Derecha:* Ampliación de una zona donde se observa una tendencia.

A diferencia de las observaciones fotométricas, las observaciones de velocidad radial suelen estar más espaciadas entre sí (de horas a días), de modo que la oscilación producida por un posible planeta no se aprecia a simple vista, en general. Por ello, es imprescindible realizar un periodograma de los datos. El código realiza el periodograma GLS (*Generalized Lomb-Scargle*, por Zechmeister y Kürster [14]) de la librería *astropy*, que intenta ajustar los datos con señales senoidales. Se generan dos periodogramas, uno en función de la frecuencia y otro en función del periodo, en escala logarítmica (suele ser más cómodo así). Además, la función de *astropy* puede calcular niveles de probabilidad de falsa alarma. El código muestra el periodo más probable y pide introducir un periodo para generar la curva de velocidad radial replegada (puesta en fase), expresada en función de la fase orbital respecto a la primera observación.

La figura 7 muestra el periodograma de la estrella GJ 436 y la curva de luz replegada con el periodo más probable. Dicho periodo es $P \simeq 2.64$ días, con una probabilidad de falsa alarma prácticamente nula ($\sim 10^{-68}$). En el periodograma se observa un pico secundario cercano al máximo y otros pares de picos, que están relacionados con los primeros pero no son exactamente armónicos. La curva de velocidad radial replegada se ve bastante bien, y se puede estimar la amplitud de la oscilación. Parece que la excentricidad orbital del planeta no es exactamente cero, pero esto habría que comprobarlo con los programas usados para el ajuste de modelos.

2.4. Ajuste de modelos

2.4.1. Estadística bayesiana

Una vez se dispone de las observaciones, el objetivo es ajustar modelo M , que depende de unos parámetros $\vec{\psi}$ a los datos observados, D . No solo eso, queremos obtener el mejor modelo, y para ello necesitamos obtener la probabilidad

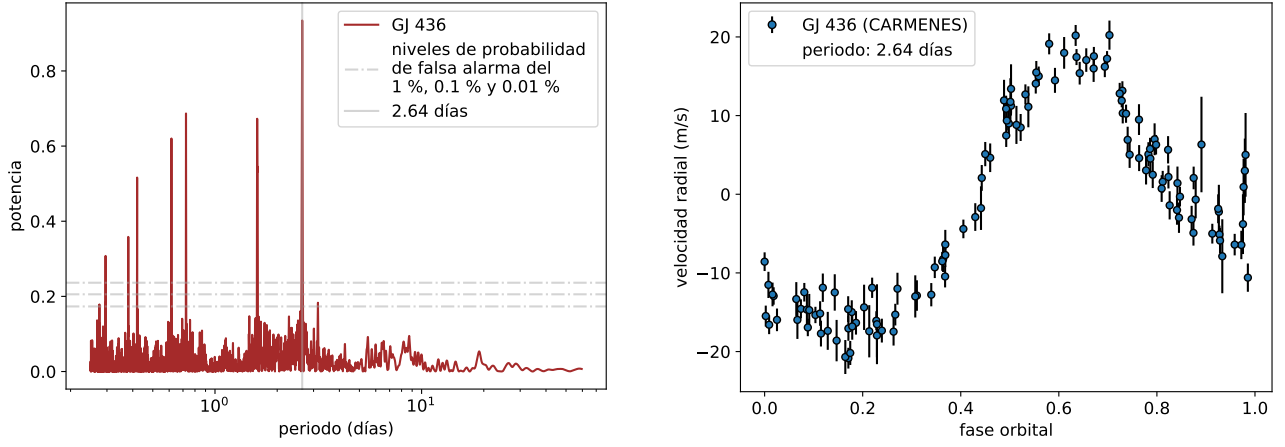


Figura 7. *Izquierda:* Periodograma GLS de las medidas de velocidad radial de la estrella GJ 436. *Derecha:* Curva de velocidad radial replugada de la estrella GJ 436.

de que dicho modelo M sea cierto dados los datos D , es decir, $\mathcal{P}(M|D)$.

El teorema de Bayes permite obtener esta probabilidad según la siguiente ecuación: [10]

$$\mathcal{P}(M|D) = \frac{\mathcal{P}(D|M) \mathcal{P}(M)}{\mathcal{P}(D)} . \quad (18)$$

Aquí $\mathcal{P}(D|M)$ es la probabilidad de obtener los datos D si el modelo M fuera cierto (verosimilitud), $\mathcal{P}(M)$ es la probabilidad a priori de que el modelo sea cierto (prior) y $\mathcal{P}(D)$ es la llamada evidencia del modelo (o verosimilitud marginal).

Esta relación se puede aplicar para muchos posibles valores de los parámetros $\vec{\psi}$ del modelo. Así, se pueden definir priores para todos los parámetros del modelo, es decir, funciones de densidad de probabilidad de que el parámetro tome un cierto valor, basado en la experiencia previa. En cuanto a la función de verosimilitud, en estos análisis de exoplanetas se ha supuesto una distribución normal con media igual a los valores predichos por el modelo y desviación estándar igual a la incertidumbre de las observaciones. Por último, la evidencia del modelo se calcula como la siguiente integral a todos los N parámetros:

$$\mathcal{P}(D) = \int_{\psi_1} \cdots \int_{\psi_N} \mathcal{P}(D|M(\vec{\psi})) \mathcal{P}(M(\vec{\psi})) d\psi_1 \cdots d\psi_N , \quad (19)$$

de forma que la distribución $\mathcal{P}(D|M(\vec{\psi}))$ está normalizada. Este valor es importante para la comparación de modelos, siendo un modelo más probable cuanto mayor sea $\mathcal{P}(D|M(\vec{\psi}))$.

El objetivo, pues, es muestrear todo el espacio de parámetros ($\vec{\psi}$) y aplicar el teorema de Bayes para obtener la probabilidad de cada modelo, $\mathcal{P}(M|D)$. La densidad de probabilidad de cada parámetro (distribución posterior de probabilidad) se obtendría marginalizando $\mathcal{P}(M(\vec{\psi})|D)$ de parámetro ψ_k en cuestión:

$$\mathcal{P}(\psi_k) = \prod_{j \neq k} \int_{\psi_j} \mathcal{P}(M(\vec{\psi})|D) d\psi_j . \quad (20)$$

Computacionalmente, muestrear todo el espacio de parámetros es muy costoso para modelos con más de unos pocos parámetros. Una alternativa es el método de Monte Carlo con cadenas de Markov (MCMC) [10]. Consiste en inicializar una serie de valores iniciales de los parámetros ($\vec{\psi}$), llamadas cadenas, en función de los priores, e ir modificando ligeramente los valores en sucesivos pasos. El cambio de estos parámetros depende de la verosimilitud del modelo $M(\vec{\psi})$, de modo que tras muchas iteraciones las cadenas convergen hacia los valores que mejor ajustan el modelo. Haciendo un histograma de los valores de las cadenas se obtienen las distribuciones de los parámetros del modelo, pudiendo extraer la mediana y una incertidumbre en forma de intervalo de credibilidad.

En definitiva, de esta forma se obtiene la distribución de $\mathcal{P}(M(\vec{\psi})|D)$. Faltaría calcular la evidencia del modelo, $\mathcal{P}(D)$, para obtener $\mathcal{P}(M|D)$, pero como se trata de un escalar, la forma de la distribución para los parámetros se mantiene igual.

Existe otro método de muestreo del espacio de parámetros llamado muestro anidado (*nested sampling*) [18]. Este método también genera uno conjunto de valores iniciales de $\vec{\psi}$ en función de los priores (puntos activos, *live points*), pero en cada iteración se elimina el conjunto con menor verosimilitud, creando uno nuevo que evite los valores bajos de verosimilitud ya probados. Al igual que con MCMC, al final se obtiene también una distribución de probabilidad

para cada parámetro. Sin embargo, ventaja de este método es que permite calcular la evidencia del modelo, $\mathcal{P}(D)$, que puede usarse para comparar modelos entre sí.

En cuanto a los priores, los más sencillos son los uniformes, $\mathcal{U}(\psi_1, \psi_2)$, con extremos ψ_1 y ψ_2 , los gaussianos, $\mathcal{N}(\psi_\mu, \psi_\sigma)$, con media ψ_μ y desviación estándar ψ_σ , y los de Jeffreys, $\mathcal{J}(\psi_1, \psi_2)$, equivalentes a los uniformes pero en escala logarítmica, con extremos ψ_1 y ψ_2 .

Los programas que se han usado para analizar las observaciones de exoplanetas utilizan o MCMC o muestreo anidado. A continuación se explican los parámetros empleados en los modelos para ajustar los datos.

2.4.2. Parámetros de los modelos

Hemos visto las ecuaciones que describen las curvas de luz de los tránsitos y las curvas de velocidad radial debidas a los planetas. Para los dos tipos de observaciones, se tiene una serie de observaciones, y se pretende ajustar dichos datos a un modelo con determinados parámetros, tarea que se realiza computacionalmente mediante métodos basados en estadística bayesiana.

Tránsitos

En el caso de los tránsitos, se tienen observaciones del flujo de la estrella en una cierta banda en función del tiempo. Utilizando las ecuaciones y conceptos explicados en la sección 1.2, se puede construir un modelo matemático para la curva de luz, añadiendo un parámetro: el periodo orbital (P), el radio entre el radio estelar (R/R_\star), el semieje mayor entre el radio estelar (a/R_\star), el parámetro de impacto (b), la excentricidad orbital (e), el ángulo del periastro de la estrella (ω), los coeficientes de oscurecimiento al borde (u_1, u_2) y un tiempo de referencia (t_0) que se toma como el instante central del primer tránsito observado. Es decir, se tiene un conjunto de nueve parámetros: $\{t_0, P, R/R_\star, a/R_\star, b, e, \omega, u_1, u_2\}$. En el caso de un sistema múltiple, todos estos parámetros excepto los coeficientes de oscurecimiento al borde deberán repetirse para cada planeta.

Para ahorrar en tiempo de cálculo y obtener mejores resultados, conviene utilizar ciertas parametrizaciones alternativas para algunas de estas variables. Para empezar, para los coeficientes de oscurecimiento al borde puede utilizarse la siguiente parametrización propuesta por Kipping: [8]

$$\left. \begin{aligned} q_1 &\equiv (u_1 + u_2)^2 \\ q_2 &\equiv \frac{1}{2} \frac{u_1}{u_1 + u_2} \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} u_1 &= 2\sqrt{q_1} q_2 \\ u_2 &= \sqrt{q_1} (1 - 2q_2) \end{aligned} \right\} . \quad (21)$$

Estos nuevos parámetros están comprendidos entre 0 y 1 y solo producen valores de u_1 y u_2 físicamente posibles.

Por otro lado, la excentricidad orbital y el ángulo del periastro estelar pueden parametrizarse como propusieron Anderson *et al.*: [16]

$$\left. \begin{aligned} e_c &\equiv \sqrt{e} \cos \omega \\ e_s &\equiv \sqrt{e} \sin \omega \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} e &= e_s^2 + e_c^2 \\ \tan \omega &= \frac{e_s}{e_c} \end{aligned} \right\} . \quad (22)$$

Esta parametrización es adecuada ya que para excentricidades pequeñas el ángulo ω_\star queda muy indeterminado y eso produce dificultades a la hora de hallar la excentricidad.

Por último, en el caso de sistemas multiplanetarios es conveniente utilizar la densidad estelar (ρ_\star) como parámetro en lugar de los semiejes mayores de cada planeta. Cada semieje mayor se puede recuperar por medio de la tercera ley de Kepler (ecuación 4) usando el periodo orbital correspondiente, por lo que con esta parametrización nos ahorramos parámetros en el modelo.

Para construir los priores de los parámetros se han utilizado los resultados del análisis preliminar de la fotometría explicado en la sección 2.2 y las ecuaciones explicadas en la sección 1.2. En definitiva, se han utilizado priores gaussianos para los parámetros $t_0, P, R/R_\star$ y a/R_\star (o ρ_\star) y priores uniformes para b, e_c, e_s, q_1 y q_2 . En el caso de b, q_1 y q_2 se han usado priores entre 0 y 1 (todo el rango de valores), y en el caso de e_c y e_s se han usado priores más restrictivos o incluso se ha fijado la excentricidad a $e = 0$, dependiendo del caso, en base al análisis preliminar de las medidas de velocidad radial (sección 2.3); se ha decidido usar priores no informativos en el caso de b por la delicada relación que existe entre este parámetro y el semieje mayor (ecuación 8, figura 2, ecuación 7).

Velocidades radiales

Para las medidas de velocidad radial, usando las ecuaciones explicadas en la sección 1.3, se puede elaborar un modelo con los siguientes parámetros: el periodo orbital (P), la excentricidad (e), el ángulo del periastro de la estrella (ω), la semiamplitud de la señal (K), el desplazamiento instrumental (v_{instr}) y un tiempo de referencia, que por simplicidad puede ser el mismo que en los tránsitos (t_0), y sería el instante central del primer tránsito que ocurriría en la serie de datos (aunque el sistema no sea transitante). El modelo tendría, pues, seis parámetros: $\{t_0, P, e, \omega, K, v_{\text{instr}}\}$. En el caso de un sistema múltiple, estos parámetros se repetirían para cada planeta, y en caso de tener medidas de varios espectrógrafos, se tendría un desplazamiento instrumental para cada uno de ellos.

Además, en estos ajustes suele introducirse una dispersión adicional debida a la actividad estelar (*stellar jitter*) o a defectos instrumentales sistemáticos. Para cada instrumento, se tendría una dispersión adicional, σ_{instr} . Al igual que en los modelos de tránsitos, es conveniente usar la parametrización de Anderson *et al.* para la excentricidad y el ángulo del periastro estelar (ecuaciones 22) [16].

Para construir los priores de los parámetros se han utilizado los resultados de los análisis preliminares de la fotometría y las velocidades radiales (secciones 2.2 y 2.3). En definitiva, se han utilizado priores gaussianos para los parámetros t_0 , P y K y priores uniformes para e_c , e_s y v_{instr} .

2.4.3. Supermuestreo del modelo de la curva de luz

La duración de los tránsitos suele ser del orden de horas, así que para muestrear correctamente la curva de luz del tránsito es necesario que la cadencia de las observaciones sea bastante menor a la duración. De especial importancia son los momentos iniciales y finales del tránsito, cuando el flujo baja y aumenta (respectivamente) de forma bastante rápida.

Cada medida fotométrica del flujo es en realidad una integración de la curva de luz del tránsito en un intervalo de tiempo determinado (el tiempo de exposición). Por ello, si en ese tiempo se tiene una variación de la curva no simétrica (lo cual ocurre precisamente en los tiempos t_1 , t_2 , t_3 y t_4) se obtiene una medida que difiere del valor real de la curva en dicho instante. Esto conlleva una deformación de la curva de luz, y en concreto, a un aumento aparente de la duración total del tránsito ($t_{1,4}$) y una disminución aparente del tiempo de ocultación total ($t_{2,3}$) [17]. Como consecuencia, el cociente de tiempos $t_{2,3}/t_{1,4}$ se subestima, sobreestimando el parámetro de impacto (ecuación 8, figura 2) y, por último, subestimando el semieje mayor (ecuación 7).

Para tener en cuenta este efecto en el ajuste de una curva de luz, a la hora de calcular el modelo se puede usar supermuestreo. Este método consiste en calcular el flujo predicho por el modelo en más instantes de tiempo que los de las observaciones y hacer un promedio, simulándose así el efecto de la exposición. Sería más preciso realizar directamente una integración numérica de la curva de luz, pero esto sería más costoso computacionalmente.

Esto es necesario, por ejemplo, en las observaciones del telescopio espacial Kepler en su misión extendida K2. En la misión nominal, la cadencia de observación era alrededor de un minuto, suficientemente breve como para no necesitar supermuestreo; pero en la misión extendida, la cadencia era de una media hora, por lo que se hace necesario un supermuestreo del modelo de la curva de luz.

2.4.4. Procesos gaussianos para modelar la actividad estelar

La actividad estelar puede producir variaciones en las medidas de velocidad radial de la estrella. Estas variaciones pueden ser suelen estar moduladas por el periodo de rotación estelar (o armónicos), pero la amplitud no tiene por qué ser constante. De hecho, muchas veces la aparición de estas variaciones es estocástica (aunque conservando la modulación con el periodo de rotación). Como consecuencia, se tiene un ruido correlacionado en la señal de velocidad radial.

La amplitud de estas oscilaciones suele ser del orden de metros por segundo, por lo que en el caso de medidas muy precisas de velocidad radial (espectrógrafos de alta resolución como HIRES o CARMENES), este efecto puede confundirse con las variaciones debidas a planetas. No solo confundirse, sino que, al combinarse con la señal planetaria, puede hacerla indetectable.

Para modelar las variaciones en velocidad radial debidas a la actividad estelar suelen usarse procesos gaussianos (GP) [5, 26]. Un proceso gaussiano es un método que permite ajustar a una serie de puntos un conjunto de funciones

no analíticas, obteniendo como resultado una distribución de funciones [28]. Este método supone una distribución gaussiana multivariada con una función media y una función de covarianza. La primera sería la señal debida al planeta o los exoplanetas y la segunda es una función que permite introducir el efecto del ruido correlacionado. La función de covarianza es realmente una matriz, ya que es distinta para cada par de instantes de tiempo t_n, t_m , y se le llama núcleo del proceso gaussiano. Para realizar el ajuste se debe introducir un núcleo con una forma determinada, $k_{n,m}(t_n, t_m, \vec{\psi}_{GP})$, que depende de ciertos parámetros $\vec{\psi}_{GP}$. Dependiendo del tipo de periodicidad existente y del tipo de correlación entre el ruido, es más conveniente usar un tipo de núcleo u otro.

2.4.5. Programas empleados

El ajuste de las observaciones fotométricas y de velocidad radial se ha llevado a cabo mediante tres programas basados en estadística bayesiana: *pyaneti*, *juliet* y *PyORBIT*.

pyaneti

Este programa, desarrollado por O. Barragán *et al.* [10], está escrito en Python y Fortran. Requiere algunas librerías previamente instaladas y debe compilarse antes de su ejecución. Permite el uso de más de un núcleo del procesador.

Es capaz de ajustar modelos de curvas de luz y de velocidad radial, por separado o conjuntamente, con el método de MCMC. En un archivo de configuración inicial (en texto plano) se debe indicar qué tipo de ajuste hacer, cuántos planetas ajustar y definir los priores para los parámetros y el tipo de parametrización empleada. Admite priores uniformes $\mathcal{U}(\psi_1, \psi_2)$ con extremos ψ_1 y ψ_2 y priores gaussianos $\mathcal{N}(\psi_\mu, \psi_\sigma)$ con media ψ_μ y desviación estándar ψ_σ , y también se pueden fijar los parámetros. Al terminar el ajuste, muestra el valor del estadístico chi cuadrado (χ^2) del ajuste.

Este código permite hacer las parametrizaciones explicadas en la sección 2.4.2, y permite hacer supermuestreo del modelo de curva de luz, que es el modelo de Mandel y Agol [30]. Sin embargo, no permite el uso de procesos gaussianos.

La ejecución se ordena desde la terminal, y tras terminar los cálculos, el programa produce gráficos de las observaciones con el modelo superpuesto y gráficos de la distribución de probabilidad final de los parámetros. Algunas opciones gráficas pueden modificarse también en el archivo de configuración.

juliet

Este programa, desarrollado por N. Espinoza *et al.* [18], está escrito íntegramente en Python. Requiere algunas librerías para su funcionamiento, pero no se necesita compilar. También permite la ejecución en paralelo.

Este código es capaz de ajustar modelos de curvas de luz y de velocidad radial, por separado o conjuntamente, con el método del muestreo anidado. En un archivo de configuración inicial (en texto plano) se deben definir los priores para los parámetros y el tipo de parametrización empleada. Admite priores uniformes $\mathcal{U}(\psi_1, \psi_2)$, priores gaussianos $\mathcal{N}(\psi_\mu, \psi_\sigma)$, priores de Jeffreys $\mathcal{J}(\psi_1, \psi_2)$, es decir, priores uniformes con límites ψ_1 y ψ_2 en escala logarítmica, y también se pueden fijar los parámetros. El tipo de ajuste y las opciones gráficas deben especificarse mediante una serie de palabras clave al ejecutar el código desde la terminal.

Al igual que *pyaneti*, se pueden usar las parametrizaciones explicadas en la sección 2.4.2, y también se tiene la opción de supermuestreo del modelo de curva de luz, que en este caso se calcula con el código *batman* de Kreidberg [15]. El ajuste de la curva de luz se realiza mediante el paquete *RadVel*, de Fulton *et al.* [19], y el ajuste de modelos se puede realizar con el paquete *pymultinest* [20, 21] o con *dynesti* [22]. Además, *juliet* permite el uso de procesos gaussianos para modelar la actividad estelar y e incluso para ajustar la tendencia de la curva de luz estelar para normalizarla, a través de los paquetes *george* [23] y *celerite* [24].

Como resultado, el programa produce gráficos de las observaciones con el modelo superpuesto, pero no gráficos de la distribución de probabilidad final de los parámetros. En su lugar, las muestras de los parámetros se guardan en un fichero *.pkl* (archivo de bits de la librería *pickle* de Python). Además, al usar el método del muestreo anidado, se obtiene también el valor de la evidencia del modelo, que es útil para la comparación de modelos.

PyORBIT

Este código está desarrollado por L. Malavolta *et al.* [29] y está escrito en Python, aunque puede compilarse en C. Requiere algunas librerías previas para su funcionamiento, y permite la ejecución en paralelo.

El programa puede ajuste de datos fotométricos y de velocidad radial tanto con MCMC (mediante la librería `emcee` [25]) como con muestreo anidado (mediante `pymultinest` [21]). Toda las opciones del ajuste y los tipos de priores deben escribirse en un archivo de texto de formato `.yaml` (archivo de texto de la librería `PyYAML` de Python). Admite priores uniformes ($\mathcal{U}(\psi_1, \psi_2)$), gaussianos ($\mathcal{N}(\psi_\mu, \psi_\sigma)$) y de Jeffreys ($\mathcal{J}(\psi_1, \psi_2)$), y también admite fijar los parámetros.

También permite supermuestreo del modelo de la curva de luz (calculado con el código `batman` de Kreidberg [15]), así como el uso de procesos gaussianos e indicadores de actividad estelar para modelarla.

Tras ejecutar el código, `PyORBIT` produce algunos gráficos de las observaciones y el modelo y gráficos de las distribuciones de los parámetros, junto a archivos de texto con la información de estas distribuciones.

3. Resultados y discusión

Durante el proceso de aprendizaje de los programas `pyaneti`, `juliet` y `PyORBIT`, y durante la creación de los códigos para los análisis preliminares, se han analizado datos de unos 15 sistemas con exoplanetas, con fotometría y/o velocidades radiales. De entre todos ellos, se han analizado en detalle tres: K2-140, K2-32 y K2-141.

Estos sistemas tienen medidas de fotometría y de velocidad radial, por lo que son ideales para el objetivo de este trabajo. Las observaciones fotométricas provienen en todos ellos del telescopio espacial Kepler en su misión extendida K2, y las medidas de velocidad radial, de distintos espectrógrafos como HIRES o FIES. A continuación se exponen los resultados de los distintos análisis realizados.

3.1. K2-140

3.1.1. Análisis preliminar

Primero se ha analizado la fotometría de esta estrella de tipo solar (G6 V), proveniente de la misión K2 de Kepler, con el código comentado en la sección 2.2. Después se han analizado las velocidades radiales con el código de la sección 2.3.

La figura 8 muestra parte de las gráficas obtenidas en el estudio de la fotometría. Se observan ocho tránsitos de un posible planeta, que llamaremos K2-140 b. A diferencia del caso de ejemplo, WASP-4, la variación del flujo de la estrella K2-140 es bastante notable, en parte porque las medidas tienen menor dispersión. El periodograma TLS encuentra un periodo de $P = 6.570 \pm 0.005$ días, y el instante central del primer tránsito lo encuentra en el día 5.691 respecto a la primera observación, es decir, $t_0 \simeq 2457588.281$ días, en fecha juliana baricéntrica (BJD).

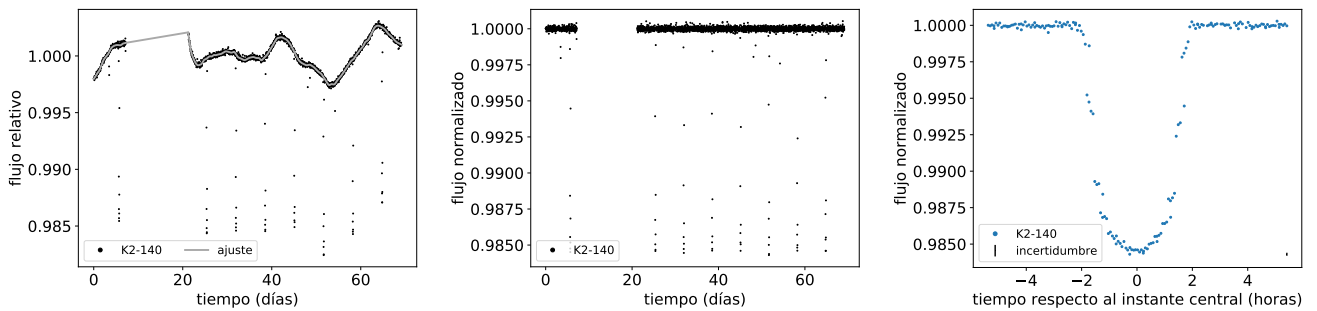


Figura 8. Resultados del análisis preliminar de fotometría de la estrella K2-140. *Izquierda:* Curva de luz original y ajuste de la tendencia ($\ell = 25, s = 1$). *Centro:* Curva de luz normalizada por el ajuste. *Derecha:* Curva de luz replegada del tránsito del planeta encontrado.

De la curva del tránsito se infiere una profundidad de $\Delta f \simeq 1.5\%$, de lo que se estima un cociente de radios de $R/R_\star \simeq 0.12$ (ecuación 1). Por otro lado, a partir de la duración del tránsito (unas 2 horas) se estima un semieje mayor tal que $a/R_\star \simeq 13$ (ecuación 2). Estas estimaciones se han usado para construir los priores para el ajuste de modelos por `pyaneti`, `juliet` y `PyORBIT`.

A continuación se realizó el análisis de los datos de velocidad radial, tomadas por los instrumentos CORALIE, HARPS y FIES. La figura 9 muestra parte de las gráficas obtenidas; cabe destacar que el origen de tiempos no es el mismo que en las medidas de fotometría (figura 8). Se estiman unos desplazamientos instrumentales de $v_{\text{CORALIE}} \simeq 1.222$ km/s, $v_{\text{HARPS}} \simeq 1.235$ km/s y $v_{\text{FIES}} \simeq 1.137$ km/s, por lo que la velocidad radial propia de la estrella parece estar en torno a unos 1.2 km/s. El periodograma GLS obtiene un periodo de $P \simeq 6.57$ días, lo que está de acuerdo

con el valor obtenido con el periodograma TLS. A simple vista se puede estimar una amplitud en velocidad radial de $K_\star \simeq 100$ m/s y una excentricidad próxima a cero ($e \simeq 0$). Estos valores se usarán para construir los priores de pyaneti, juliet y PyORBIT.

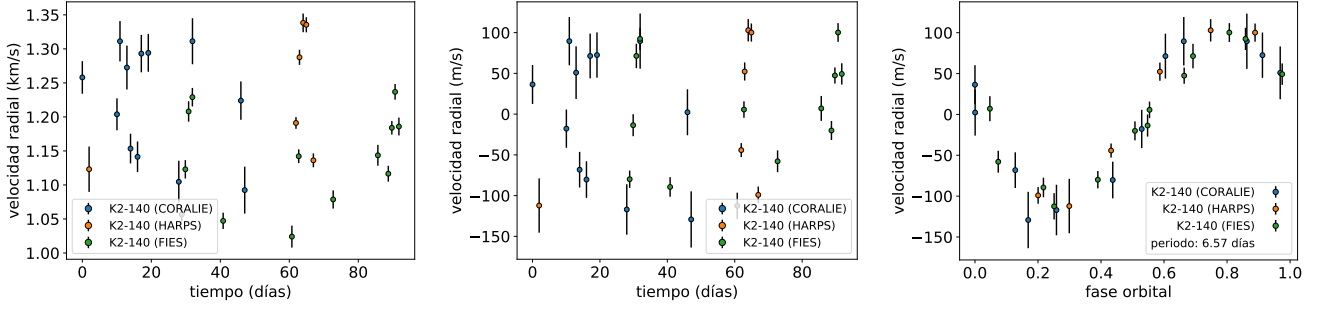


Figura 9. Resultados del análisis preliminar de las velocidades radiales de la estrella K2-140. *Izquierda:* Medidas originales. *Centro:* Medidas corregidas de los desplazamientos instrumentales. *Derecha:* Curva de velocidad radial replegada.

3.1.2. Ajuste con pyaneti

Primero se ha realizado varios ajustes de las observaciones de K2-140 con el programa pyaneti. Como parece ser que la excentricidad del planeta es nula o próxima a cero, se ha realizado un ajuste suponiendo una órbita circular y otro suponiendo una órbita elíptica.

Órbita circular

En este ajuste se ha considerado $e_b = 0$, quedando el siguiente conjunto de parámetros libres: $\{t_{0,b}, P_b, R_b/R_\star, a_b/R_\star, b_b, K_b, v_k, \sigma_k, q_1, q_2\}$, con $k \equiv \text{CORALIE, HARPS, FIES}$, y donde la b hace referencia al planeta, K2-140 b. Se han añadido dispersiones adicionales para cada instrumento (σ_{instr}), como es habitual.

Los priores usados para cada uno de los 14 parámetros libres, excepto las dispersiones instrumentales, se recogen en la tabla 1. Los priores para los desplazamientos y las dispersiones instrumentales son generados automáticamente por pyaneti, usando priores uniformes para las primeras, en base a los valores de las medidas de velocidad radial. Para las dispersiones no especifica qué tipos de priores se usan, aunque previsiblemente sean uniformes con límite inferior de 0 y límite superior en base a las medidas.

Tabla 1. Priores usados para los parámetros del ajuste de K2-140, con el modelo de órbita circular.

$t_{0,b}$ (BJD, d)	P_b (d)	R_b/R_\star	a_b/R_\star	b_b	K_b (m/s)	q_1	q_2
$\mathcal{N}(2457588.288, 0.005)$	$\mathcal{N}(6.570, 0.005)$	$\mathcal{N}(0.12, 0.02)$	$\mathcal{N}(13, 2)$	$\mathcal{U}(0, 1)$	$\mathcal{N}(100, 20)$	$\mathcal{U}(0, 1)$	$\mathcal{U}(0, 1)$
		v_{CORALIE} (km/s)	v_{HARPS} (km/s)	v_{FIES} (km/s)			
		$\mathcal{U}(0.992, 1.411)$	$\mathcal{U}(1.023, 1.438)$	$\mathcal{U}(0.924, 1.337)$			

La desviación estándar introducida en el prior gaussiano para el periodo (P_b) es la incertidumbre calculada por el periodograma TLS en el análisis preliminar (sección 3.1.1). Para el instante central del primer tránsito ($t_{0,b}$) se ha usado una desviación estándar de 0.005 días (7.2 minutos), en base a la inspección visual de la curva de luz replegada (figura 8, *derecha*). Para el resto de priores gaussianos se han usado desviaciones estándar más grandes, del orden de $1/5 - 1/7$ de la media. Lo bueno de los priores gaussianos es que permiten muestrear valores del espacio de parámetros alejados hasta varias desviaciones estándar de la media, y permiten encontrar los valores que mejor ajustan los datos aunque se encuentren a tal distancia de la media (como contrapartida, en dicho caso el tiempo de cálculo será mayor).

Como la cadencia de las medidas de fotometría es de 29.4 minutos, se ha configurado el ajuste para que realice un supermuestreo de la curva de luz con un factor 10. Para el ajuste de MCMC, se han usado 100 cadenas con 5000 iteraciones, guardando 1 de cada 10 valores de las cadenas a partir de las primeras 5000 iteraciones, siguiendo el ejemplo de Barragán *et al.* [10]. En realidad, el código comprueba cada 5000 iteraciones si las cadenas han convergido, usando el test de Gelman-Rubin, y en caso negativo, realiza otras 5000 más hasta que converjan.

Se ejecutó el código con estas configuraciones, y hasta que convergieron las cadenas transcurrieron 47 segundos.*

* Todas las simulaciones de este trabajo se realizaron con ejecución multinúcleo en un procesador Intel i7-7700HQ (cuatro núcleos, 2.8 GHz).

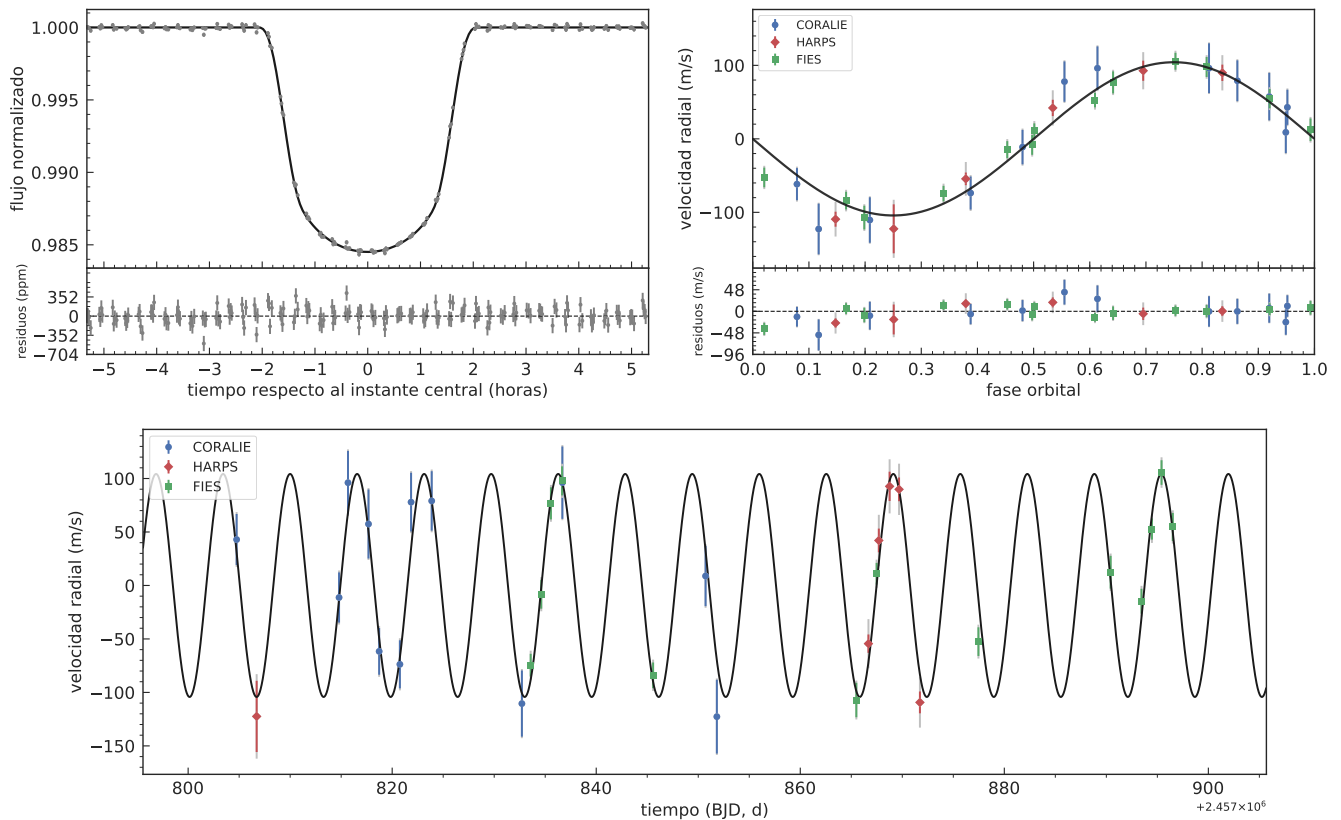


Figura 10. Resultados del ajuste de K2-140 obtenidos por *pyaneti*, para el modelo de órbita circular. *Arriba, izquierda:* Curva de luz replegada. *Arriba, derecha:* Curva de velocidad radial replegada. *Abajo:* Curva de velocidad radial. Las prolongaciones grises de las barras de error de la velocidad radial son las contribuciones de las dispersiones adicionales.

En este punto, el programa muestra los resultados del ajuste de los parámetros en la terminal (valor medio e incertidumbres) y los guarda en un archivo de texto. Por último, genera varias gráficas de los resultados.**

La figura 10 muestra las observaciones de K2-140 con el mejor modelo obtenido por *pyaneti*. A simple vista, el modelo ajusta bien a los datos, y los residuos no parecen tener estructura, sobre todo en la fotometría. Parte de estas distribuciones finales de los parámetros se recogen en la figura 11. Todas las distribuciones parecen estar bien definidas, pero es interesante ver cómo no todas son gaussianas, sobre todo la del semieje mayor (a_b) y el parámetro de impacto (b_b). A partir de estas distribuciones se obtiene la mediana de cada parámetro, usada para representar el modelo. Además, el intervalo de credibilidad del 68.27% (1σ) se usan para dar unos valores de las incertidumbres inferior y superior, aunque no hay que olvidar que realmente el resultado para cada parámetro es su distribución posterior.

Los valores medios e incertidumbres de los parámetros, obtenidos a partir de las distribuciones posteriores, se recogen en la tabla 2. Además, conociendo el radio y la masa de la estrella (R_* , M_*) podemos obtener exactamente el valor de su masa, radio (y con ello, su densidad, ρ_b), semieje mayor (radio orbital, en este caso) y ángulo de inclinación; también se puede comparar el valor de la densidad estelar con el estimado usando los parámetros del ajuste y la tercera ley de Kepler (ecuación 4). N. Espinoza *et al.* [18] obtuvieron valores precisos para la masa y el radio de la estrella a partir de medidas del observatorio espacial Gaia: $M_* = 1.077 \pm 0.020 M_\odot$, $R_* = 0.991 \pm 0.016 R_\odot$ ($\rho_* = 1560 \pm 80 \text{ kg/m}^3$). Estos parámetros planetarios también se recogen en la tabla 2.

Hay varias cosas a destacar sobre esta tabla. En primer lugar, el periodo y el tiempo de referencia (instante central del primer tránsito) se determinan con mucha precisión (unos 2 segundos en el periodo y unos 13 segundos en el tiempo de referencia). Esto es así gracias a las observaciones fotométricas, que revelan ocho tránsitos. Por otro lado, a partir del periodo y el radio orbital se obtiene una estimación de la densidad estelar que es muy cercana al valor dado por Espinoza *et al.* [18], lo que indica que el radio orbital se ha estimado correctamente. Esto implica también una buena estimación del parámetro de impacto, aunque se tiene un valor menos preciso; en cualquier caso, el ángulo de inclinación (i) es muy cercano a 90° . La masa y el radio del planeta son casi iguales a los de Júpiter (M_J , R_J), pero

** Se modificó ligeramente el código de *pyaneti* para traducir el texto de los ejes y adaptar la notación a la empleada en este trabajo. También se modificaron algunas opciones de formato en las gráficas de las distribuciones posteriores de los parámetros, pues en ocasiones los textos solapaban.

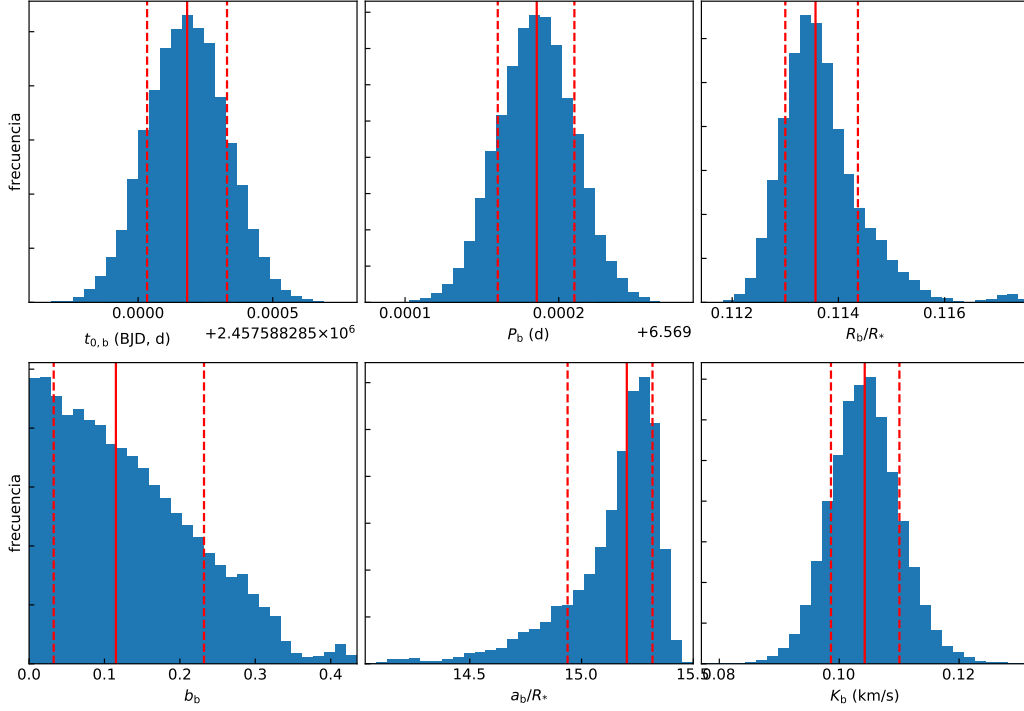


Figura 11. Distribuciones posteriores de algunos parámetros del modelo de órbita circular de K2-140 obtenidos por pyaneti. Se marcan la media (línea continua) y el intervalo de credibilidad del 68.27 % (1σ) (líneas discontinuas).

Tabla 2. Parámetros obtenidos del ajuste de K2-140 por pyaneti para el modelo de órbita circular.

$t_{0,b}$ (BJD, d)	P_b (d)	R_b/R_*	a_b/R_*	b_b	K_b (m/s)	q_1	q_2
2457588.28518 $^{+0.00015}_{-0.00015}$	6.569186 $^{+0.000025}_{-0.000025}$	0.1136 $^{+0.0008}_{-0.0006}$	15.20 $^{+0.11}_{-0.26}$	0.12 $^{+0.12}_{-0.08}$	104 $^{+6}_{-6}$	0.29 $^{+0.07}_{-0.06}$	0.46 $^{+0.10}_{-0.08}$
v_{CORALIE} (km/s)	v_{HARPS} (km/s)	v_{FIES} (km/s)	σ_{CORALIE} (m/s)	σ_{HARPS} (m/s)	σ_{FIES} (m/s)		
1.215 $^{+0.009}_{-0.009}$	1.245 $^{+0.011}_{-0.012}$	1.131 $^{+0.005}_{-0.005}$	9 $^{+11}_{-7}$	21 $^{+17}_{-10}$	8 $^{+5}_{-5}$		
M_b (M_J)	R_b (R_J)	a_b (au)	i ($^\circ$)	ρ_b (kg/m 3)	u_1	u_2	ρ_* (kg/m 3)
1.01 $^{+0.06}_{-0.06}$	1.096 $^{+0.019}_{-0.018}$	0.0696 $^{+0.0014}_{-0.0015}$	89.6 $^{+0.3}_{-0.5}$	950 $^{+80}_{-70}$	0.50 $^{+0.04}_{-0.04}$	0.05 $^{+0.10}_{-0.10}$	1540 $^{+40}_{-80}$

está mucho más cercano a su estrella que este (Júpiter está a unas 5 unidades astronómicas (au) del Sol).^{*} Por ello, podemos concluir que se trata de un planeta tipo júpiter caliente.

En cuanto a los parámetros de los espectrógrafos, cabe destacar que los desplazamientos instrumentales obtenidos por pyaneti son parecidas a las estimadas en el análisis preliminar de los datos (sección 3.1.1). Las dispersiones instrumentales son diferentes para cada espectrógrafo pero bastante menores que la semiamplitud K_b . Sin embargo, hay que tener en cuenta que para cada instrumento no se tienen muchas medidas (12 de CORALIE, 6 de HARPS y 13 de FIES), por lo que esta estimación puede no ser muy buena. De hecho, quizá debería usarse como función de verosimilitud una distribución t de Student en lugar de una gaussiana, al haber tan pocos datos. Sin embargo, como realmente importante no es obtener estas dispersiones, sino la amplitud de la oscilación, esto no debería suponer un problema para la determinación de los parámetros planetarios (y de todas formas, pyaneti no permite cambiar la función de verosimilitud).

Por último, los coeficientes de oscurecimiento al borde (u_1 y u_2) se han determinado con bastante precisión. El coeficiente cuadrático (u_2) es compatible con 0, así que parece que una ley de oscurecimiento al borde lineal describe bien el comportamiento de esta estrella. Todos estos resultados están en acuerdo con los obtenidos por N. Espinoza *et al.* [18].

Pero esto no es todo, pyaneti también puede generar gráficos de correlaciones entre las distribuciones de los parámetros, mediante la librería corner de Python [27]. La figura 12 muestra los gráficos de correlación entre las variables q_1 y q_2 y entre a_b/R_* y b_b . Los parámetros q_1 y q_2 suelen tener esta relación, lo que indica que su estimación es buena. En cuanto al radio orbital y el semieje mayor, esta fuerte correlación demuestra lo que se explicó en la sección 1.2

^{*} 1 au $\simeq 149.598 \times 10^6$ km.

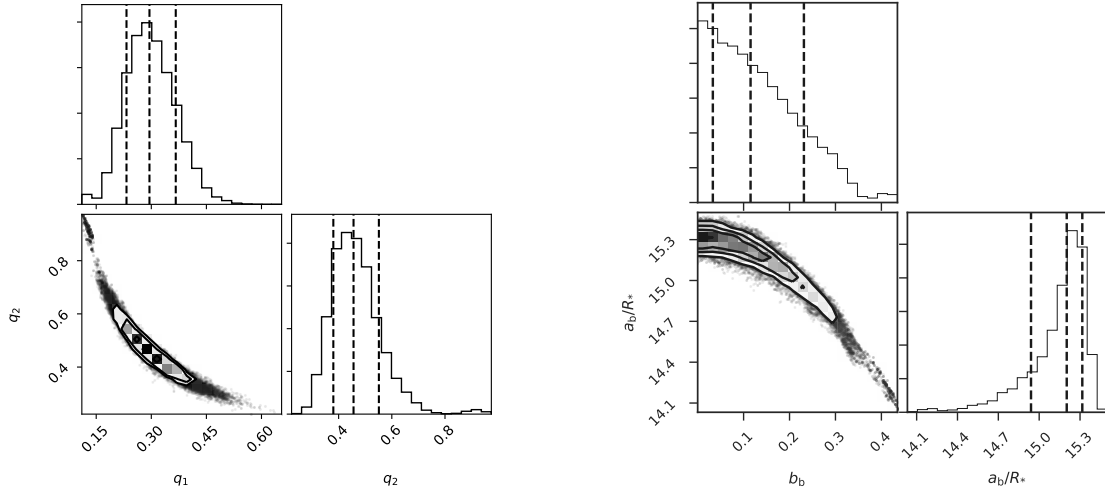


Figura 12. Gráficos de correlación de algunos parámetros del ajuste de K2-140 realizado por pyaneti, para el modelo de órbita circular. *Izquierda:* Parámetros de oscurecimiento al borde. *Derecha:* Radio orbital y parámetro de impacto.

sobre la importancia de una buena estimación del parámetro de impacto. Efectivamente, un parámetro de impacto alto mayor conlleva un semieje mayor menor.

Como comprobación, también se ha realizado este mismo ajuste por separado a los datos de fotometría y de velocidad radial, con los mismos priores. En primer lugar cabe destacar el corto tiempo de ejecución del ajuste de los datos de velocidad radial: apenas 2 segundos. El ajuste de la fotometría tardó 50 segundos, algo más que el ajuste conjunto, lo que indica que en este caso las medidas de velocidad radial facilitaron la convergencia de las cadenas. Los resultados de los parámetros son prácticamente iguales que los del ajuste conjunto excepto en el periodo y el tiempo de exposición.

Tabla 3. Parámetros obtenidos de distintos ajustes de K2-140 por pyaneti para el modelo de órbita circular, usando solo las medidas de velocidad radial, solo la fotometría o ambas.

observaciones:	curva de luz	velocidades radiales	ambas
$t_{0,b}$ (BJD, d)	2457588.28517 ^{+0.00015} _{-0.00015}	2457588.288 ^{+0.005} _{-0.005}	2457588.28518 ^{+0.00015} _{-0.00015}
P_b (d)	6.569187 ^{+0.000026} _{-0.000026}	6.5669 ^{+0.0013} _{-0.0013}	6.569186 ^{+0.000025} _{-0.000025}

En el ajuste de solo las velocidades radiales, tanto el periodo como el instante central están peor determinados. De hecho, el resultado del periodo, incluso teniendo en cuenta la incertidumbre, es erróneo a partir de las centésimas. Con respecto al tiempo de referencia, el resultado es prácticamente el mismo que el prior inicial, lo que quiere decir que el ajuste no es capaz de determinar un mejor resultado. Hay que recordar que los priores para estas variables se construyeron a partir de los resultados del periodograma TLS del ajuste preliminar (sección 3.1.1). Si solo se dispusiera de estas medidas, los priores habrían tenido que ser más anchos (y menos exactos), por lo que los resultados podrían ser peores. Por ello, los resultados del ajuste separado de la fotometría son bastante similares al ajuste conjunto.

Por tanto, la gran ventaja de ajustar conjuntamente ambos tipos de medidas es la mejor obtención de la curva de velocidad radial replegada, lo que puede ayudar, como consecuencia, a determinar mejor los otros parámetros como la amplitud o la excentricidad. En este caso, sin embargo, no se observaron muchas diferencias; por ejemplo, la estimación de la semiamplitud de la oscilación en el ajuste de solo las velocidades radiales fue $K_b = 105^{+6}_{-6}$ m/s (en el ajuste conjunto, $K_b = 104^{+6}_{-6}$).

Órbita elíptica

Aunque los resultados del ajuste con excentricidad orbital nula son buenos, se ha realizado también otro ajuste dejando como parámetro libre la excentricidad (e_b) y el ángulo del periastro estelar (ω_b). En realidad, se ha usado la parametrización $\{\sqrt{e_b} \cos \omega_b, \sqrt{e_b} \sin \omega_b\}$, usando priores uniformes de -0.5 a 0.5 para cada término.

Las estimaciones de los parámetros son prácticamente iguales que las del modelo circular, pero sin embargo, el valor de la excentricidad es distinto de 0. Como puede verse en la figura 13, la distribución de $\sqrt{e_b} \cos \omega_b$ contiene valores distintos de 0 en su mayoría. En concreto, el valor derivado es $e_b = 0.041^{+0.025}_{-0.021}$. Sin embargo, si se observa

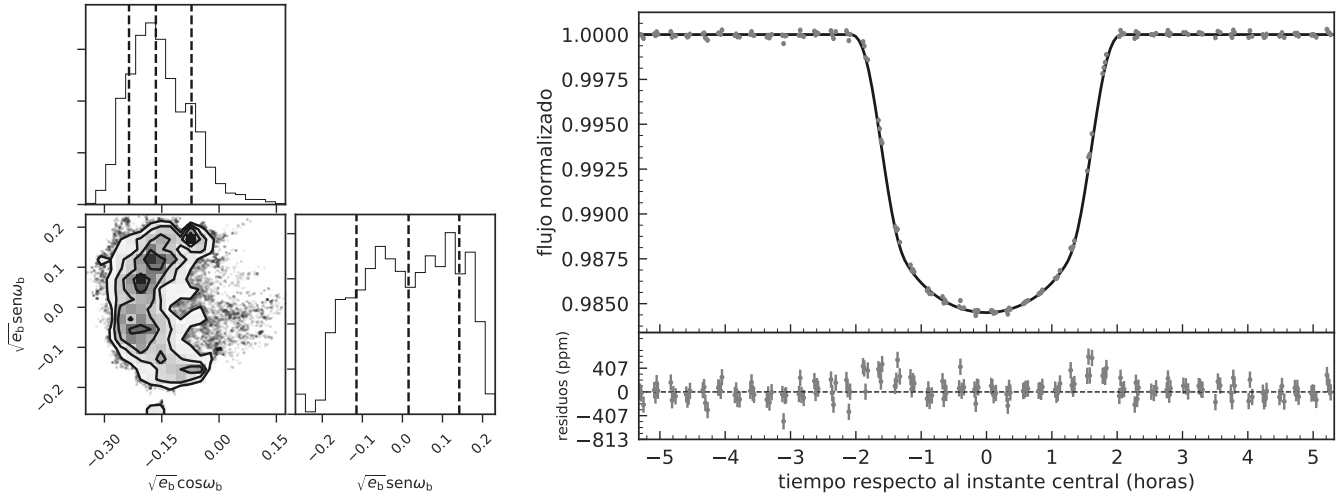


Figura 13. Resultados del ajuste de K2-140 b realizado por pyaneti, para el modelo excéntrico. *Izquierda:* Gráfico de correlación entre los parámetros de excentricidad. *Derecha:* Curva de luz replegada.

la figura de la curva de luz, se encuentran residuos con estructura al comienzo y final del tránsito. Aunque el efecto es pequeño, esto nos hace pensar que el mejor modelo es el de la órbita circular. Otro motivo es que el ángulo del periastro estelar se estima con poca precisión: $\omega_b = 170^{+50}_{-40}$. Como curiosidad, el tiempo de ejecución fue considerablemente mayor, 2 minutos y 34 segundos, debido al mayor número de parámetros libres.

3.1.3. Ajuste con juliet

Se han realizado los mismos ajustes de K2-140 pero con el programa juliet. Con este código podremos obtener las evidencias bayesianas de cada modelo y determinar con certeza si la órbita de K2-140 es significativamente excéntrica.

Órbita circular

Se han usado los mismos priores que con pyaneti, mostrados en la tabla 1. En este caso, podemos especificar los priores de tanto los desplazamientos instrumentales de cada espectrógrafo como los de las dispersiones adicionales. Para las primeras se han usado los mismos que pyaneti usó, y para las últimas, se han usado priores uniformes de 0 a 40 m/s.

El código se ha ejecutado con 500 puntos activos (*live points*), siguiendo el ejemplo de Espinoza *et al.* [18], y con supermuestreo del modelo de la curva de luz con un factor 10. Tras iniciar la ejecución, el programa termina cuando detecta que la mejora en la evidencia bayesiana del modelo es menor que un cierto umbral, y guarda los últimos puntos activos con mayor verosimilitud (varios miles). Tras 2 minutos y 36 segundos, juliet guardó los resultados en varios archivos y generó las gráficas del modelo.*

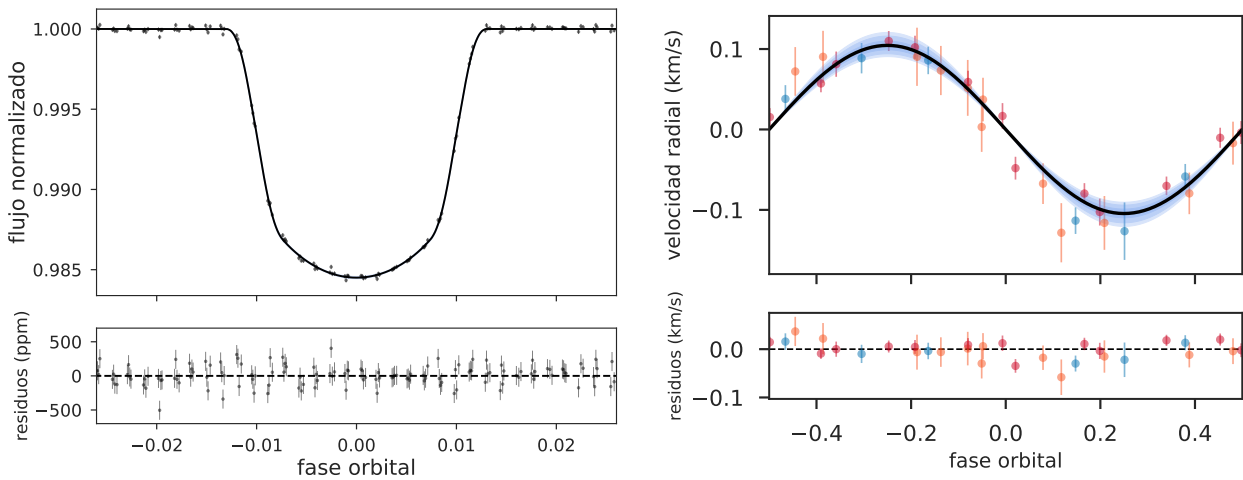


Figura 14. Resultados del ajuste de K2-140 b obtenidos por juliet, para el modelo de órbita circular. *Izquierda:* Curva de luz replegada. *Derecha:* Curva de velocidad radial replegada.

* Se modificó ligeramente el código de juliet para traducir el texto de los ejes y agrandarlo en la gráfica de la curva de luz.

La figura 14 las gráficas de las curvas replegadas. A simple vista, el ajuste parece bueno. Las zonas sombreadas con diferentes tonos azules corresponden a distintos intervalos de credibilidad del modelo (1σ , 2σ y 3σ), lo que supone una ventaja frente a pyaneti. Sin embargo, juliet no genera gráficos de los posteriores, sino que guarda las distribuciones en un archivo .pkl, así que se escribió un código en Python para leerlas y representarlas (véase el apéndice).

Tabla 4. Parámetros obtenidos del ajuste de K2-140 por juliet para el modelo de órbita circular).

$t_{0,b}$ (BJD, d)	P_b (d)	R_b/R_\star	a_b/R_\star	b_b	K_b (m/s)	q_1	q_2
2457588.28443 $^{+0.00015}_{-0.00014}$	6.569182 $^{+0.000024}_{-0.000025}$	0.1151 $^{+0.0003}_{-0.0004}$	15.51 $^{+0.07}_{-0.12}$	0.07 $^{+0.07}_{-0.05}$	105 $^{+5}_{-6}$	0.13 $^{+0.04}_{-0.03}$	0.76 $^{+0.14}_{-0.13}$
v_{CORALIE} (km/s)	v_{HARPS} (km/s)	v_{FIES} (km/s)	σ_{CORALIE} (m/s)	σ_{HARPS} (m/s)	σ_{FIES} (m/s)		
1.215 $^{+0.009}_{-0.009}$	1.246 $^{+0.009}_{-0.010}$	1.131 $^{+0.004}_{-0.004}$	9 $^{+10}_{-6}$	19 $^{+10}_{-7}$	9 $^{+6}_{-5}$		
M_b (M_\oplus)	R_b (R_\oplus)	a_b (au)	i ($^\circ$)	ρ_b (kg/m 3)	u_1	u_2	ρ_\star (kg/m 3)
1.01 $^{+0.05}_{-0.06}$	1.135 $^{+0.019}_{-0.019}$	0.071 $^{+0.0012}_{-0.0013}$	89.73 $^{+0.19}_{-0.27}$	920 $^{+50}_{-50}$	0.55 $^{+0.03}_{-0.03}$	-0.19 $^{+0.08}_{-0.07}$	1634 $^{+20}_{-40}$

La tabla 4 recoge las estimaciones de los parámetros derivadas de los posteriores. A diferencia de pyaneti, juliet no calcula la última fila, así que se han tenido que calcular, usando la masa y el radio de K2-140 y aplicando la transformación entre q_1 , q_2 y u_1 , u_2 (ecuaciones 21). Esto supone una desventaja frente a pyaneti, sobre todo por el cálculo de las incertidumbres, que requiere operar con las distribuciones. Se han usado la masa y el radio estelares dados por Espinoza *et al.* [18] ($M_\star = 1.077 \pm 0.020 M_\odot$, $R_\star = 0.991 \pm 0.016 R_\odot$), sumando sus correspondientes incertidumbres en cuadratura con las derivadas de las distribuciones. De este cálculo se ha observado que precisamente la mayor fuente de incertidumbre en la masa, radio y radio orbital del planeta (M , R , a) proviene de la masa y el radio estelares (M_\star , R_\star). Por ello, es importante tener una buena caracterización de la estrella.

Los resultados son bastante parecidos a los obtenidos por pyaneti, y están en acuerdo dentro del rango definido por las incertidumbres. Cabe destacar que juliet obtiene las dispersiones adicionales con menor incertidumbre y que en este caso el coeficiente cuadrático de oscurecimiento al borde no parece ser nulo. Por otra parte, la densidad estelar estimada difiere más del valor tabulado ($\rho_\star = 1560 \pm 80 \text{ kg/m}^3$), pero ambos valores están en acuerdo si se tienen en cuenta las incertidumbres. Este valor más elevado es debido a una estimación algo más baja del parámetro de impacto y algo más alta del radio orbital.

Por último, el logaritmo neperiano de la evidencia bayesiana (abreviada Z), es $\ln Z = 1354.221 \pm 0.020$. Cuanto mayor sea este valor, mejor es el modelo, pero el valor absoluto no es relevante, lo que importa para la comparación de modelos es la diferencia entre los modelos en cuestión. En concreto, si la diferencia en $\ln Z$ es menor o del orden de 2 ($\Delta \ln Z \lesssim 2$), los modelos no son significativamente diferentes.

Órbita elíptica

Se ha repetido el ajuste para un modelo de órbita elíptica, usando la parametrización $\{\sqrt{e_b} \cos \omega_b, \sqrt{e_b} \sin \omega_b\}$ con priores uniformes de -0.5 a 0.5 para cada parámetro.

Los resultados son muy parecidos a los del ajuste con el modelo circular. De hecho, aquí no se observan residuos con estructura en la curva de luz del tránsito, al contrario que en el cálculo hecho con pyaneti. La figura 15 muestra las distribuciones posteriores de la excentricidad y el ángulo del periastro estelar, y su gráfico de correlación. Se han obtenido leyendo en Python los archivos .pkl que genera juliet y aplicando las ecuaciones 22 a los parámetros $\sqrt{e_b} \cos \omega_b$, $\sqrt{e_b} \sin \omega_b$. En este caso, el hecho de disponer de las distribuciones posteriores es una ventaja, pues pyaneti no generaba las gráficas de e_b y ω_b . Los valores estimados son $e_b = 0.09^{+0.04}_{-0.04}$, $\omega_b = 116.2^{+19.3}_{-13.9}$. En este caso, la excentricidad es más alta, y por ello el ángulo del periastro estelar se estima con mayor precisión, como se observa en el gráfico de correlación. Esto hace pensar que los residuos con estructura en la curva de luz de pyaneti eran debidos a una mala estimación de este ángulo.

Pero ¿es K2-140 b realmente excéntrico? El logaritmo de la evidencia bayesiana de este modelo es $\ln Z = 1355.137 \pm 0.024$. Este valor es algo mayor que el del modelo circular ($\ln Z = 1354.221 \pm 0.020$), pero la diferencia es $\Delta \ln Z = 0.92 \pm 0.03 < 2$, por lo que los dos modelos son indistinguibles. Sin embargo, al ser el modelo circular más simple, lo consideraremos el más probable. Merece la pena destacar que el tiempo de ejecución de este ajuste aumentó hasta unos 18 minutos, debido a la adición de los dos parámetros extra del modelo excéntrico. En base a los tiempos de

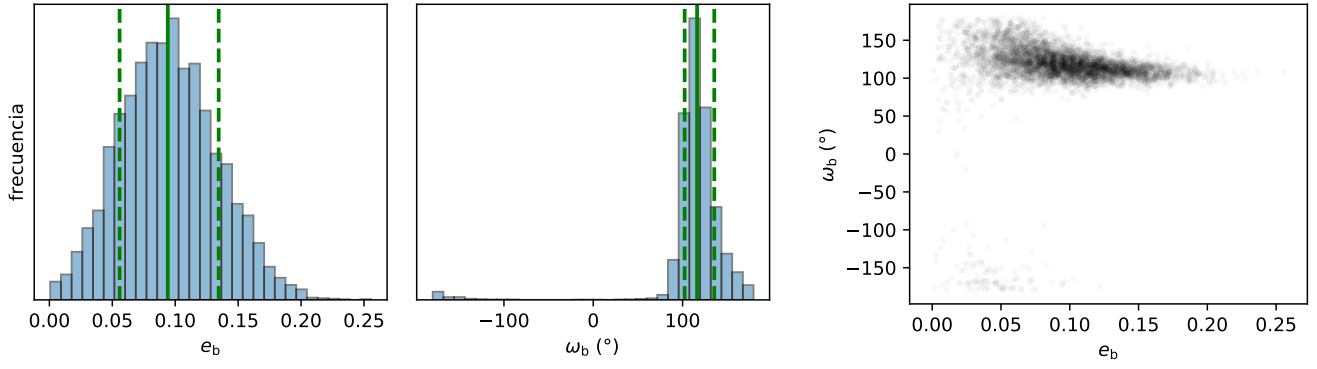


Figura 15. Resultados de la excentricidad y el ángulo del periastro estelar del ajuste de K2-140 b realizado por juliet, para el modelo de órbita circular; los gráficos se han creado con Python a partir de las distribuciones de finales guardadas por juliet. *Izquierda:* Distribuciones posteriores. *Derecha:* Gráfico de correlación.

ejecución comentados, parece que el método del muestreo anidado es más lento que MCMC, seguramente debido al cálculo de la evidencia del modelo.

3.1.4. Ajuste con PyORBIT

Con este tercer programa se ha repetido el ajuste con el modelo circular, usando los mismos priores que antes (tabla 1). Se ha usado MCMC con 98 cadenas y 5000 iteraciones, guardando 1 de cada 10 valores tras las 5000 primeras iteraciones, como en pyaneti (no se pudieron usar 100 cadenas porque el número debía ser un múltiplo entero del número de parámetros).

PyORBIT es considerablemente más lento que pyaneti, tardó 6 minutos y 41 segundos en realizar el ajuste. Además, sorprendentemente no genera gráficos de las curvas replegadas (sí genera las curvas en función del tiempo y gráficas de los posteriores). Por suerte, guarda un fichero con los valores del mejor modelo correspondiente a cada observación, y también genera ficheros de las distribuciones posteriores. Se escribió, pues, un código en Python para hacer las gráficas de las curvas replegadas. También se reutilizó el código escrito para leer las distribuciones de juliet para visualizar mejor estos posteriores, puesto que el texto de las gráficas era demasiado pequeño. Algunas de estas gráficas y las estimaciones de los parámetros pueden verse en el apéndice. En definitiva, los resultados son muy parecidos que los obtenidos con pyaneti y juliet.

3.2. K2-32

3.2.1. Análisis preliminar

Las observaciones fotométricas de esta estrella, de tipo espectral G9 V, provienen de la misión K2 de Kepler, y las medidas de velocidad radial, de los espectrógrafos HIRES, HARPS y PDF. Se ha analizado este sistema con los códigos comentado en la sección 2.2 y 2.3.

La figura 16 muestra parte de las gráficas obtenidas en este estudio previo. Se observan numerosos tránsitos de exoplanetas, pero con distintas profundidades, por lo que corresponden a distintos planetas. El periodograma TLS encuentra tres planetas, que llamaremos K2-32 b, K2-32 c y K2-32 d, con periodos (P_b, P_c, P_d) = $(8.99 \pm 0.01, 20.67 \pm 0.06, 31.7 \pm 0.1)$ días. Las profundidades de los tránsitos son $(\Delta f_b, \Delta f_c, \Delta f_d) \simeq (0.38, 0.13, 0.15) \%$. Por su parte, el periodograma GLS también detecta el periodo de K2-32 b, y parece que se observa su curva de velocidad radial, pese a la dispersión. Esta dispersión es producida en parte por los otros dos planetas, así que cuando se realice el ajuste conjunto, la curva de K2-32 b debería mejorar.

3.2.2. Ajuste con pyaneti y juliet

Primero se ha realizado un ajuste de los datos con pyaneti, y después con juliet. Para no incrementar excesivamente el tiempo de ejecución, se han fijado las excentricidades a cero (además, es lo más habitual). Además, como se tiene un sistema múltiple, se han parametrizado los radios orbitales con la densidad estelar (cuyo valor, según Espinoza *et al.* [18], es $\rho_\star = 2090 \pm 80 \text{ kg/m}^3$). Por tanto, se tienen los 17 parámetros libres siguientes: $\{t_{0,j}, P_j, R_j/R_\star, b_j, K_j, v_k, \sigma_k, q_1, q_2, \rho_\star\}$, con $j \equiv b, c, d$ y $k \equiv \text{HIRES, HARPS, PFS}$.

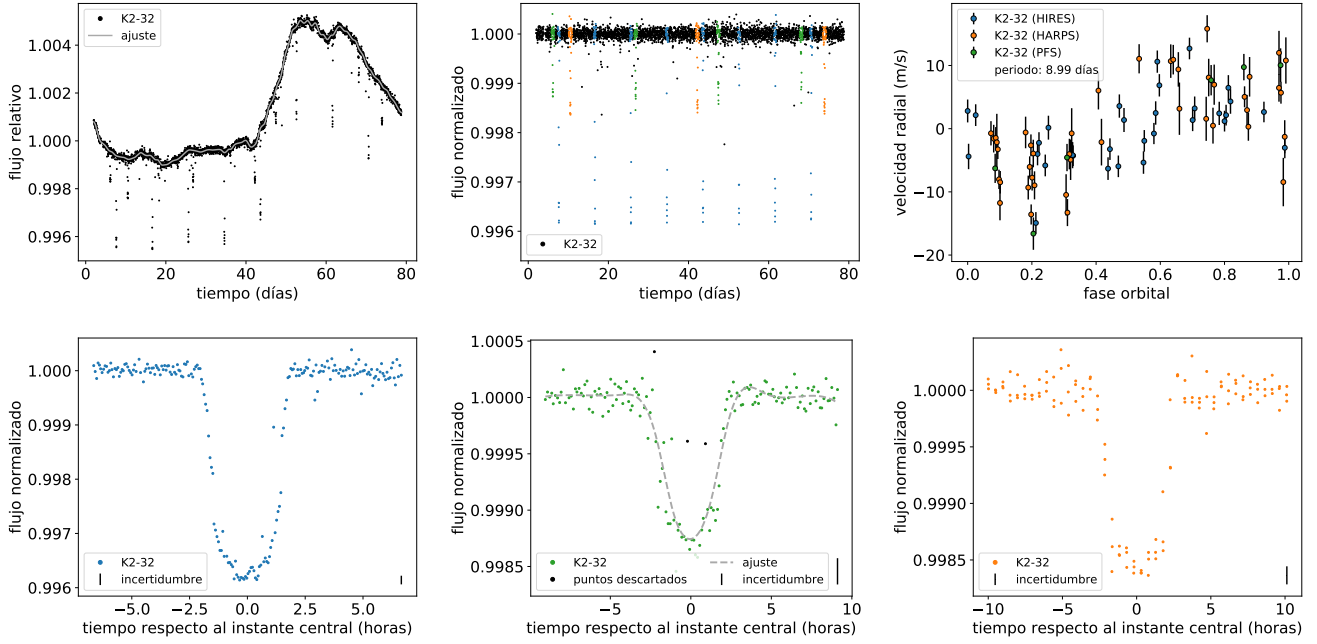


Figura 16. Resultados del análisis preliminar de la estrella K2-32. *Arriba, izquierda:* Curva de luz original y ajuste de la tendencia ($\ell = 35$, $s = 1$). *Arriba, centro:* Curva de luz normalizada por el ajuste. *Arriba, derecha:* Curva de velocidad radial plegada con el periodo más probable de las velocidades radiales. *Abajo:* Curvas de luz plegadas con los tres periodos más probables de la fotometría (8.99, 20.67 y 31.7 días, de izquierda a derecha); sobre la curva del centro se realizó un ajuste para limpiar outliers ($s' = 1.5$).

A partir de los resultados del análisis preliminar anterior se han construido los priores para el ajuste del modelo, de manera análoga a los de K2-140 (véase el apéndice). Se ha ejecutado *pyaneti* con la misma configuración que el ajuste de K2-140 (incluyendo el supermuestreo del modelo de la curva de luz en un factor 10). Sin embargo, la ejecución se detenía mostrando un error que pareció debido a la utilización de la parametrización de la densidad estelar. Se volvió, pues, a usar los radios orbitales de cada planeta (a_j), aunque no es lo más indicado. A simple vista, los resultados parecen buenos (véase el apéndice), pero se obtienen unas estimaciones de la densidad estelar algo alejadas del valor tabulado: $\rho_\star = (1970^{+14}_{-25}, 2011^{+24}_{-30}, 1905^{+36}_{-35}) \text{ kg/m}^3$. Por ello, se presenta directamente el ajuste con *juliet*, que debería ser más preciso.

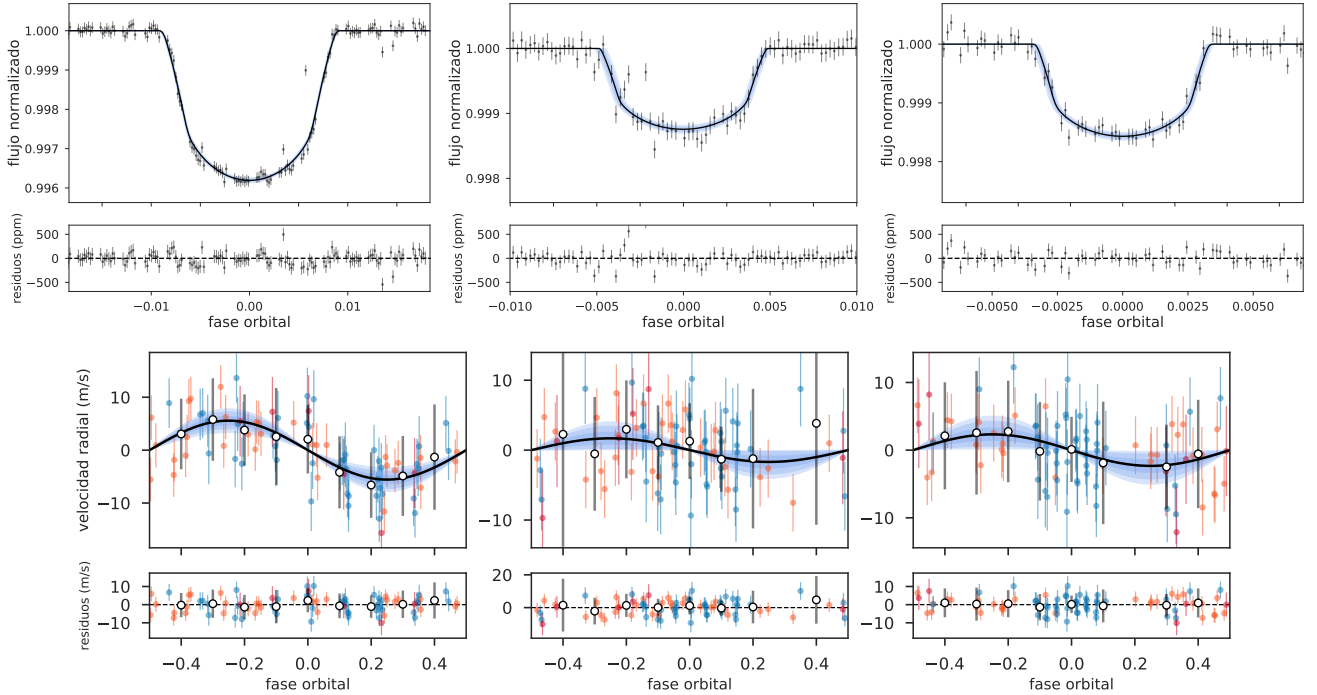


Figura 17. Resultados del ajuste de K2-32 obtenidos por *juliet*. *Arriba:* Curvas de luz plegadas. *Abajo:* Curvas de velocidad radial plegada.

La figura 17 muestra las gráficas resultantes del ajuste con *juliet* (con 500 puntos activos). El ajuste de las curvas de luz es bastante bueno, aunque se observan algunos outliers. En cuanto a las curvas de velocidad radial, se tiene bastante dispersión. Por ello, se activó una opción de *juliet* que agrupa las medidas en intervalos y promedia la

velocidad radial, para una mejor visualización. Es cierto que la señal de K2-32 c sigue sin verse muy clara, pero en el caso de los otros dos planetas los puntos promediados se acercan bastante al modelo. La tabla 5 recoge las estimaciones de algunos parámetros del ajuste basadas en sus distribuciones posteriores. Cabe destacar que este sistema tiene planetas menos masivos que K2-140: K2-32 b es un neptuno caliente, K2-32 c es una supertierra y K2-32 d podría ser o lo uno o lo otro (el límite son $10 M_{\oplus}$). Las densidades se obtienen con bastante incertidumbre, $(\rho_b, \rho_c, \rho_d) = (650^{+110}_{-100}, 1400^{+700}_{-700}, 1400^{+600}_{-600}) \text{ kg/m}^3$, pero en cualquier caso no se alcanza la densidad de la Tierra ($\rho_{\oplus} \simeq 5510 \text{ kg/m}^3$). Estos resultados son muy parecidos a los obtenidos por Espinoza *et al.* [18].

Tabla 5. Parámetros obtenidos del ajuste de K2-32 por juliet.

P_b (d)	P_c (d)	P_d (d)	R_b/R_{\star}	R_c/R_{\star}	R_d/R_{\star}	b_b	b_c	b_d		
8.99179 $^{+0.00011}_{-0.00012}$	20.6617 $^{+0.0013}_{-0.0012}$	31.7146 $^{+0.0016}_{-0.0015}$	0.0547 $^{+0.0006}_{-0.0006}$	0.0315 $^{+0.0006}_{-0.0006}$	0.0363 $^{+0.0006}_{-0.0007}$	0.12 $^{+0.08}_{-0.08}$	0.25 $^{+0.07}_{-0.11}$	0.44 $^{+0.04}_{-0.04}$		
K_b (m/s)	K_c (m/s)	K_d (m/s)	a_b/R_{\star}	a_c/R_{\star}	a_d/R_{\star}	q_1	q_2	u_1	u_2	$\rho_{\star} \text{ (kg/m}^3\text{)}$
5.6 $^{+0.8}_{-0.8}$	1.7 $^{+0.9}_{-0.8}$	2.3 $^{+1.0}_{-0.9}$	20.82 $^{+0.21}_{-0.23}$	36.2 $^{+0.4}_{-0.4}$	48.2 $^{+0.5}_{-0.5}$	0.41 $^{+0.20}_{-0.14}$	0.54 $^{+0.21}_{-0.16}$	0.69 $^{+0.09}_{-0.11}$	-0.05 $^{+0.23}_{-0.21}$	2110 $^{+70}_{-70}$
$M_b (M_{\oplus})$	$M_c (M_{\oplus})$	$M_d (M_{\oplus})$	$R_b (R_{\oplus})$	$R_c (R_{\oplus})$	$R_d (R_{\oplus})$	a_b (au)	a_c (au)	a_d (au)		
16.5 $^{+2.5}_{-2.5}$	7 $^{+4}_{-3}$	11 $^{+4}_{-4}$	5.2 $^{+0.3}_{-0.3}$	2.99 $^{+0.18}_{-0.18}$	3.45 $^{+0.21}_{-0.21}$	0.062 $^{+0.004}_{-0.004}$	0.102 $^{+0.006}_{-0.006}$	0.132 $^{+0.008}_{-0.008}$		

Se han usado las propiedades estelares dadas por E. Sinukoff *et al.* [31]: $M_{\star} = 0.87 \pm 0.04 M_{\odot}$, $R_{\star} = 0.87 \pm 0.05 R_{\odot}$.

Como curiosidad, el tiempo de cálculo de este ajuste fueron unos 22 minutos, frente a los 2 minutos y 40 segundos del ajuste con pyaneti (que, además, tenía 2 parámetros libres adicionales por no poder usar la parametrización de la densidad estelar). Al igual que en el caso de K2-140, pyaneti obtiene tiempos de ejecución más cortos.

3.3. K2-141

3.3.1. Análisis preliminar

Esta estrella, de tipo espectral K7 V, tiene observaciones del telescopio espacial Kepler y de los espectrógrafos HIRES y FIES. El estudio preliminar de este sistema revela un planeta, K2-141 b, de rotación ultrarrápida ($P \simeq 6.7$ horas), con un tránsito muy poco profundo ($\Delta f \simeq 0.05\%$) y con una curva de velocidad radial con bastante dispersión.

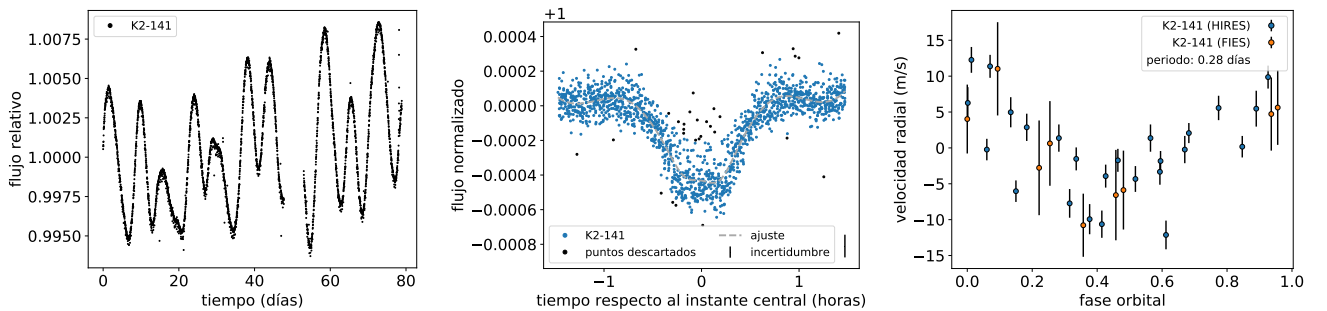


Figura 18. Resultados del análisis preliminar de la estrella K2-141. Izquierda: Curva de luz original. Centro: Curva de luz replegada del tránsito encontrado ($\ell = 15$, $s = 1$, $s' = 1.33$). Derecha: Curva de velocidad radial replegada.

3.3.2. Ajuste con pyaneti y juliet

Construyendo unos priores en base al análisis preliminar de las observaciones, se han ejecutado pyaneti y juliet con la misma configuración que para K2-140 y K2-32, con la excepción de que el factor de supermuestreo del modelo de curva de luz se ha aumentado a 20, dada la corta duración del tránsito.

Se obtiene un ajuste que a priori parece bueno (véase el apéndice), pero si nos fijamos en la curva de velocidad radial en función del tiempo (figura 19) encontramos algo extraño: los residuos parecen seguir una tendencia. Podríamos pensar que se trata de otro planeta, pero las dos últimas mediciones de FIES no parecer indicarlo. La otra opción es asumir que dicha tendencia es provocada por la actividad estelar, e intentar modelarla con un proceso gaussiano.

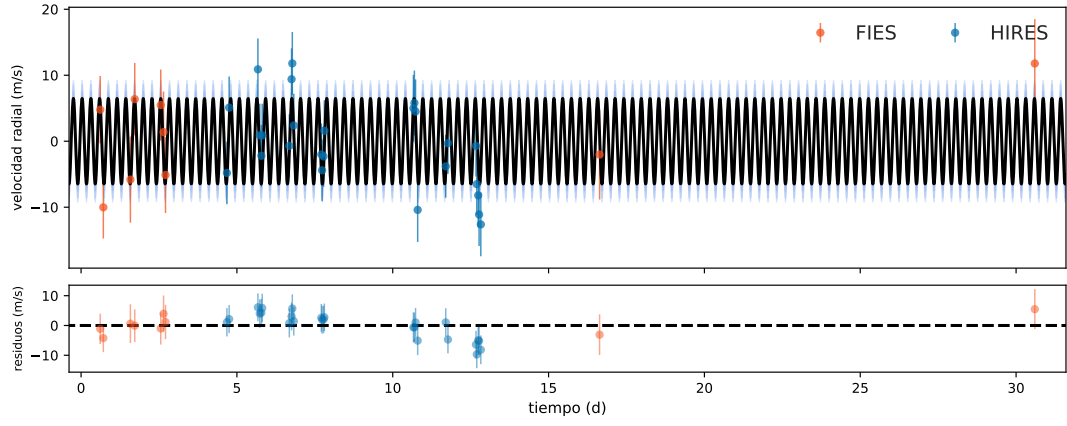


Figura 19. Curva de velocidad radial de K2-141 obtenida por juliet.

Una opción usual para el núcleo del proceso gaussiano para modelar la actividad estelar es el núcleo exponencial senoidal cuadrado, $k_{n,m}(t_n, t_m) = \sigma_{GP}^2 e^{-\alpha_{GP}(t_n - t_m)^2 - \Gamma_{GP} \sin^2(\pi(t_n - t_m)/P_{rot})}$, donde σ_{GP} es la amplitud de la señal de actividad, P_{rot} es el periodo de rotación estelar y α_{GP} , Γ_{GP} son las amplitudes de los dos términos de la exponencial. Se ha repetido el análisis con juliet introduciendo este tipo de proceso gaussiano. Para el periodo de rotación se ha usado un prior gaussiano en base al valor medido por Barragán *et al.* [26], $P_{rot} = 14.03 \pm 0.09$ días. Para la dispersión σ_{GP} se ha usado un prior uniforme de 0 a 10 m/s, y para los parámetros α_{GP} , Γ_{GP} , priores de Jeffreys, ya que aparecen en el argumento de la exponencial; los valores se han escogido de tal manera que ambos términos de la exponencial puedan tomar tanto valores muy cercanos a 0 como muy elevados. El resultado puede verse en la figura 20.

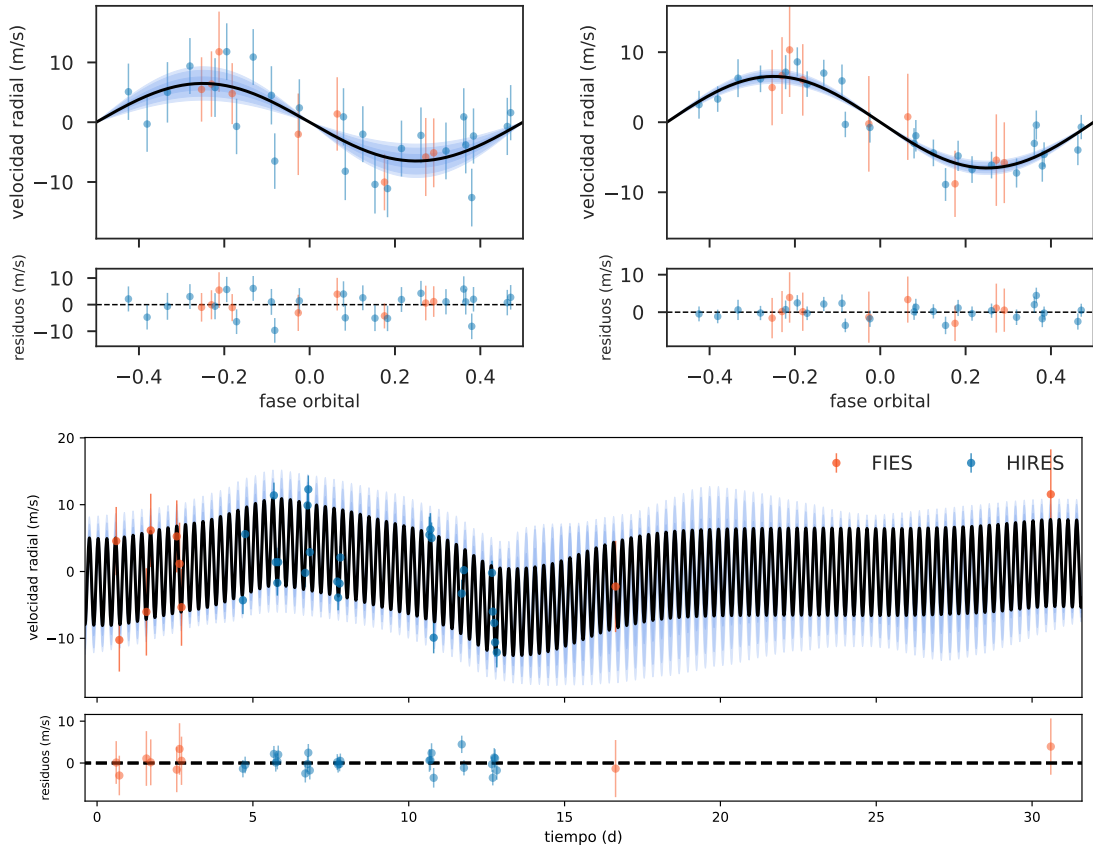


Figura 20. Resultados del ajuste de K2-141 obtenidos por juliet. Arriba, izquierda: Curva de velocidad radial replegada para el modelo sin actividad estelar. Arriba, derecha: Curva de velocidad radial replegada para el modelo con actividad estelar. Abajo: Curva de velocidad radial para el modelo con actividad estelar.

Efectivamente, el proceso gaussiano ha ajustado una tendencia producida por la actividad estelar, y en base al periodo de rotación de la estrella. La mejoría de la curva de velocidad radial replegada es evidente. Este es un claro ejemplo de la importancia de tener en cuenta la actividad estelar para desvelar señales planetarias. Las estimaciones de los parámetros planetarios se recogen en la tabla 6. Algo muy llamativo es el bajísimo cociente entre el radio orbital y el radio estelar, lo que lleva al periodo tan corto que tiene este planeta. Ello permite también que el ángulo

de inclinación sea tan diferente de 90° , aunque Barragán *et al.* obtienen un valor de $i = 90 \pm 10^\circ$ [26]; en cualquier caso, el resto de parámetros están de acuerdo con sus resultados. En definitiva, este planeta resulta ser una supertierra con densidad incluso superior a la terrestre, es decir, se trata de un planeta rocoso.

Tabla 6. Parámetros obtenidos del ajuste de K2-141 por juliet para el modelo con actividad estelar.

P_b (d)	R_b/R_\star	a_b/R_\star	b_b	K_b (m/s)	q_1	q_2	σ_{GP} (m/s)	α (d^2)	Γ
0.2803254 $^{+0.0000015}_{-0.0000014}$	0.0209 $^{+0.0004}_{-0.0004}$	2.36 $^{+0.08}_{-0.08}$	0.51 $^{+0.06}_{-0.06}$	6.5 $^{+0.4}_{-0.4}$	0.33 $^{+0.26}_{-0.16}$	0.43 $^{+0.31}_{-0.25}$	4.6 $^{+2.1}_{-1.4}$	0.06 $^{+0.39}_{-0.05}$	0.5 $^{+3.3}_{-0.5}$
M_b (M_\oplus)	R_b (R_\oplus)	a_b (au)	i ($^\circ$)	ρ_b (kg/m 3)	u_1	u_2	ρ_\star (kg/m 3)	P_{tot} (d) *	
5.2 $^{+0.3}_{-0.3}$	1.53 $^{+0.10}_{-0.10}$	0.067 $^{+0.0005}_{-0.0005}$	76.5 $^{+2.0}_{-2.1}$	8000 $^{+700}_{-600}$	0.5 $^{+0.3}_{-0.3}$	0.1 $^{+0.3}_{-0.3}$	3100 $^{+400}_{-300}$	14.03 $^{+0.08}_{-0.08}$	

Se han usado las propiedades estelares dadas por O. Barragán *et al.* [26]: $M_\star = 0.66 \pm 0.02 M_\odot$, $R_\star = 0.67 \pm 0.04 R_\odot$.

* El posterior es prácticamente igual que el prior.

El tiempo de cálculo de este ajuste fueron unos 8 minutos. En relación al ajuste de K2-140, que también tenía un único planeta y supuso 2 minutos y medio, el tiempo ha aumentado bastante, debido al uso de procesos gaussianos para modelar la actividad estelar.

4. Conclusiones

La capacidad de cálculo de los ordenadores actuales permite la caracterización de exoplanetas mediante el ajuste riguroso de observaciones fotométricas y de velocidad radial a modelos paramétricos. El ajuste conjunto de ambos tipos de medidas, además de suponer una mejora en la estimación de algunos parámetros como el periodo, permite hallar la densidad planetaria. Esta propiedad es esencial en la determinación de la naturaleza gaseosa o rocosa del planeta, y, por ende, para la posibilidad de que este albergue vida. Por otro lado, la caracterización precisa de la masa y el radio de la estrella anfitriona es muy importante a la hora de obtener la masa, el radio y el semieje mayor del planeta con exactitud.

Se han escrito varios códigos en Python para realizar una visualización y un primer análisis de las observaciones, basándose en los periodogramas GLS y TLS. Además, se ha aprendido a usar los programas pyaneti, juliet y PyORBIT para ajustar modelos paramétricos a las medidas fotométricas y de velocidad radial. Estos programas se han probado en un análisis de los sistemas K2-140, K2-32 y K2-141, obteniendo resultados similares a los publicados en artículos científicos.

En cuanto a los programas empleados, PyORBIT es el menos eficiente y completo. Los otros dos códigos, pyaneti y juliet, son bastante completos y eficientes, cada uno con ventajas y desventajas frente al otro. El primero, pyaneti, es más rápido, genera gráficos de las distribuciones posteriores de los parámetros y calcula las propiedades derivadas del planeta (masa, radio y semieje mayor), usando la masa y el radio de la estrella anfitriona, tarea que no realiza juliet. Sin embargo, este último calcula la evidencia bayesiana del modelo, esencial para realizar comparaciones entre distintos modelos, y permite modelar la actividad estelar mediante procesos gaussianos, que permite mejorar la caracterización de las señales planetarias de velocidad radial e incluso desvelar señales ocultas por la actividad estelar.

Todo este conocimiento aprendido se podría usar para estudiar datos de fotometría y velocidad radial de cualquier objeto de las bases de datos disponibles en la red, y de los que está proporcionando CARMENES. Así, podrían detectarse candidatos a exoplanetas, teniendo en cuenta el tipo de datos disponibles (fotometría y/o velocidad radial) e incluso modelar la actividad estelar. Este estudio se podría realizar con los tres programas, comparando los resultados obtenidos con cada uno de ellos.

Referencias

- [1] A. Wolszczan, *Confirmation of Earth-mass planets orbiting the millisecond pulsar PSR B1257+12*, Science 264, 538 (1994).
- [2] M. Mayor y D. Queloz, *A Jupiter-mass companion to a solar-type star*, Nature 378, 355 (1995).
- [3] D. Charbonneau *et al.*, *Detection of planetary transits across a sun-like star*, The Astrophysical Journal 529, L45 (2000).
- [4] C. Marois *et al.*, *Direct imaging of multiple planets orbiting the star HR 8799*, Science 322, 1348 (2008).
- [5] R. Luque *et al.*, *A planetary system around the nearby M dwarf GJ 357 including a transiting hot Earth-sized planet optimal for atmospheric characterisation*, Astronomy & Astrophysics, enviado (2019). arXiv:1904.12818.
- [6] A. Quirrenbach *et al.*, *CARMENES: high-resolution spectra and precise radial velocities in the red and infrared*, Proceedings of the SPIE 10702, 10702W (2018).
- [7] S. Seagen y G. Mallén-Ornelas, *A unique solution of planet and star parameters from an extrasolar planet transit light curve*, The Astrophysical Journal 585, 2 (2003).
- [8] D. M. Kipping, *Efficient, uninformative sampling of limb darkening coefficients for two-parameter laws*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 435, 2152 (2013).
- [9] J. N. Winn, *Exoplanets*, University of Arizona Press. (2010).
- [10] O. Barragán, D. Gandolfi y G. Antoniciello, *pyaneti: a fast and powerful software suite for multi-planet radial velocity and transit fitting*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 482, 1017 (2018).
- [11] R. Luger *et al.*, *EVEREST: Pixel level decorrelation of K2 light curves*, The Astronomical Journal 152, 100 (2016).
- [12] M. Hippke y R. Heller, *Optimized transit detection algorithm to search for periodic transits of small planets*, Astronomy & Astrophysics 623, A39 (2019).
- [13] T. Trifonov *et al.*, *The CARMENES search for exoplanets round M dwarfs*, Astronomy & Astrophysics 609, A117 (2018).
- [14] M. Zechmeister y M. Kürster, *The generalised Lomb-Scargle periodogram*, Astronomy & Astrophysics 496, 577 (2009).
- [15] L. Kreidberg, *batman: BASic Transit Model cALculationN in Python*, The Astronomical Society of the Pacific 127, 1161 (2015).
- [16] D. R. Anderson *et al.*, *WASP-30b: A 61 M_{Jup} brown dwarf transiting a $V = 12$, F8 star*, The Astrophysical Journal Letters 726, L19 (2011).
- [17] D. Kipping, *Binning is sinning: morphological light-curve distortions due to finite integration time*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 408, 1758 (2010).
- [18] N. Espinoza, D. Kossakowski y R. Brahm, *juliet: a versatile modelling tool for transiting and non-transiting exoplanetary systems*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, enviado (2019). arXiv:1812.08549.
- [19] B. J. Fulton, E. A. Petigura, S. Blunt y E. Sinukoff, *RadVel: The radial velocity modeling toolkit*, Publications of the Astronomical Society of the Pacific 130, 044504 (2018).
- [20] F. Feroz, M. P. Hobson y M. Bridges, *MultiNest: an efficient and robust Bayesian inference tool for cosmology and particle physics*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 398, 1601 (2009).
- [21] J. Buchner *et al.*, *X-ray spectral modelling of the AGN obscuring region in the CDFS: Bayesian model selection and catalogue*, Astronomy & Astrophysics 564, A125 (2014).
- [22] J. S. Speagle, *dynesty: A dynamic nested sampling package for estimating bayesian posteriors and evidences*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, enviado (2019). arXiv:1904.02180.
- [23] S. Ambikasaran, D. Foreman-Mackey, L. Greengard, D. W. Hogg y M. O'Neil, *Fast direct methods for gaussian processes* (2014). arXiv:1403.6015.
- [24] D. Foreman-Mackey, E. Agol, S. Ambikasaran y R. Angus, *Fast and scalable gaussian process modeling with applications to astronomical time series*, The Astronomical Journal 154, 220 (2017).
- [25] D. Foreman-Mackey, D. W. Hogg, D. Lang y J. Goodman, *emcee: the MCMC Hammer*, Publications of the Astronomical Society of the Pacific 125, 306 (2013).
- [26] O. Barragán *et al.*, *K2-141 b: A 5- M_{\oplus} super-Earth transiting a K7 V star every 6.7 hours*, Astronomy & Astrophysics 612, A95 (2018).
- [27] D. Foreman-Mackey, *corner.py: Scatterplot matrices in Python*, Journal of Open Source Software 1(2), 24 (2016).
- [28] C. E. Rasmussen & C. K. I. Williams, *Gaussian processes for machine learning*, the Massachusetts Institute of Technology Press (2006).

- [29] L. Malavolta *et al.*, *The GAPS programme with HARPS-N at TNG*, *Astronomy & Astrophysics* 588, A118 (2016).
- [30] K. Mandel y E. Agol, *Analytic lightcurves for planetary transit searches*, *The Astrophysical Journal Letters* 580, L171 (2002).
- [31] E. Sinukoff *et al.*, *Eleven-multiplanet systems from K2 campaigns 1 & 2 and the masses of two hot super-Earths*, *The Astrophysical Journal* 827, 78 (2016).
- [32] F. Dai *et al.*, *The discovery and mass measurement of a new ultra-short-period planet: K2-131 b*, *The Astronomical Journal* 154, 226 (2017).

Apéndice

Aquí se recogen algunas gráficas y tablas complementarias al texto principal, relativas a la configuración y los resultados de los distintos ajustes realizados por *pyaneti*, *juliet* y *PyORBIT*. También se incluyen los códigos escritos para el análisis preliminar de la fotometría y las velocidades radiales.

Gráficas y tablas del ajuste de K2-140, K2-32 y K2-141

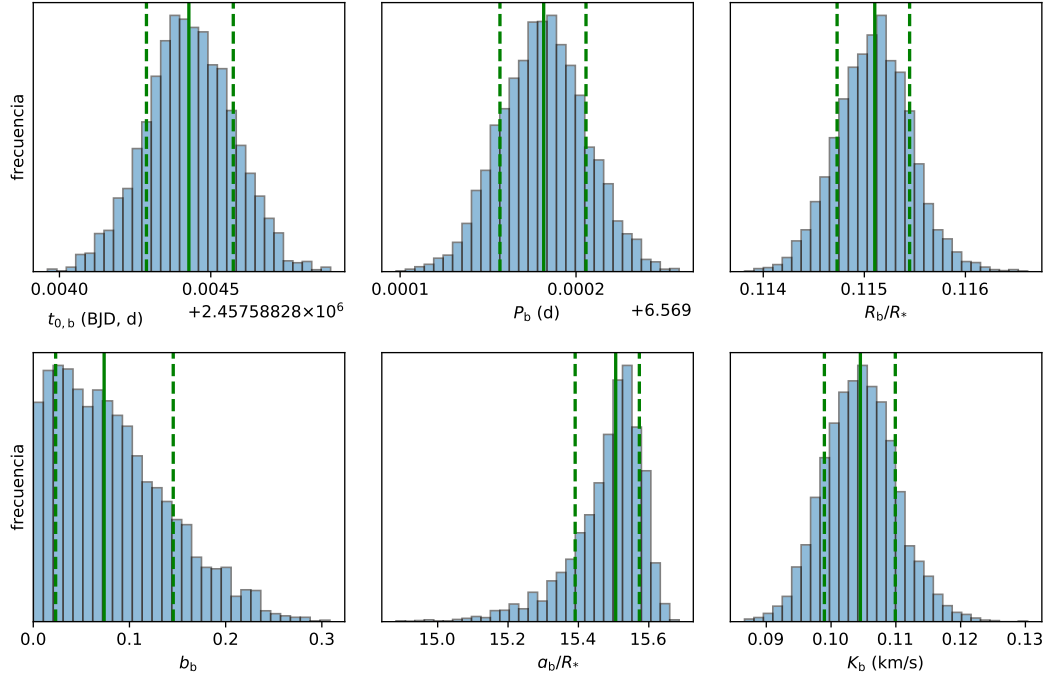


Figura A.1. Distribuciones posteriores de algunos parámetros del ajuste de K2-140 con el modelo de órbita circular realizado por *juliet*.

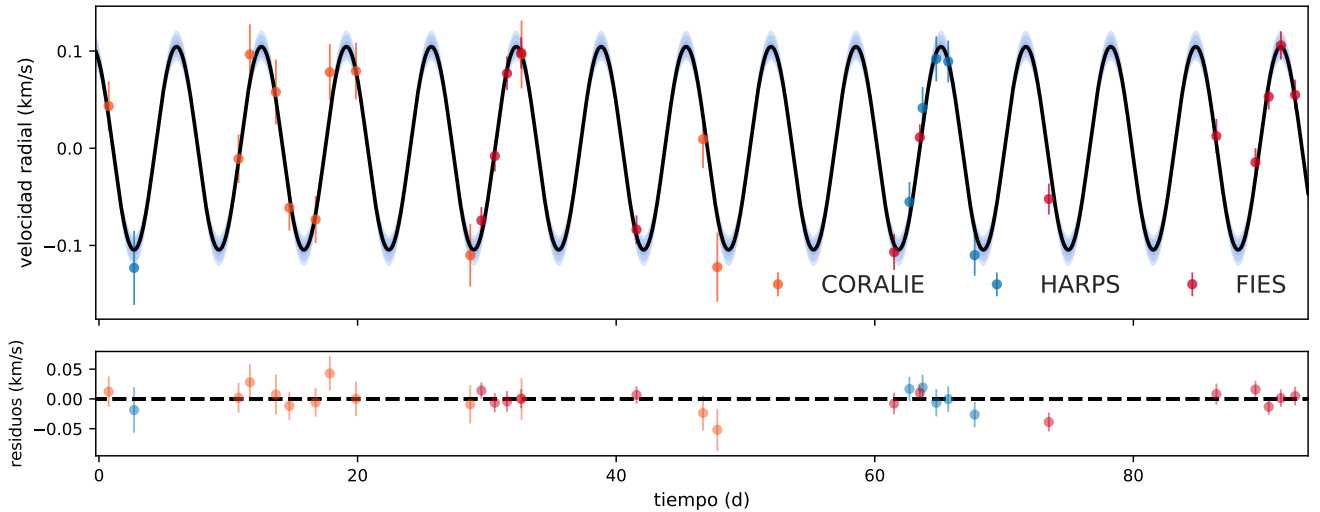


Figura A.2. Curva de velocidad radial de K2-140 obtenida por *juliet* con el modelo de órbita circular.

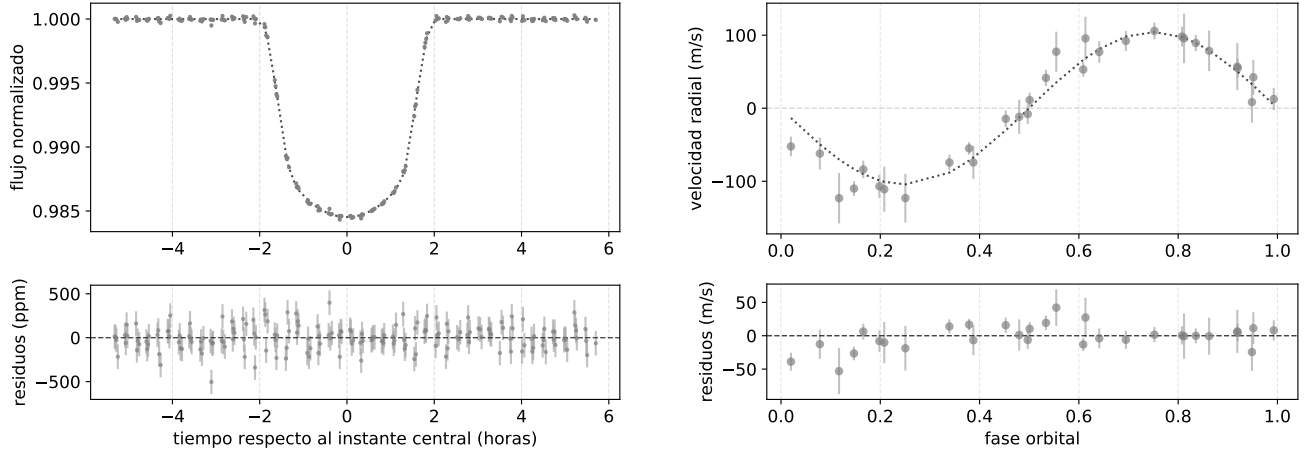


Figura A.3. Resultados del ajuste de K2-140 obtenidos por PyORBIT, para el modelo de órbita circular. *Izquierda:* Curva de luz replugada. *Derecha:* Curva de velocidad radial replugada.

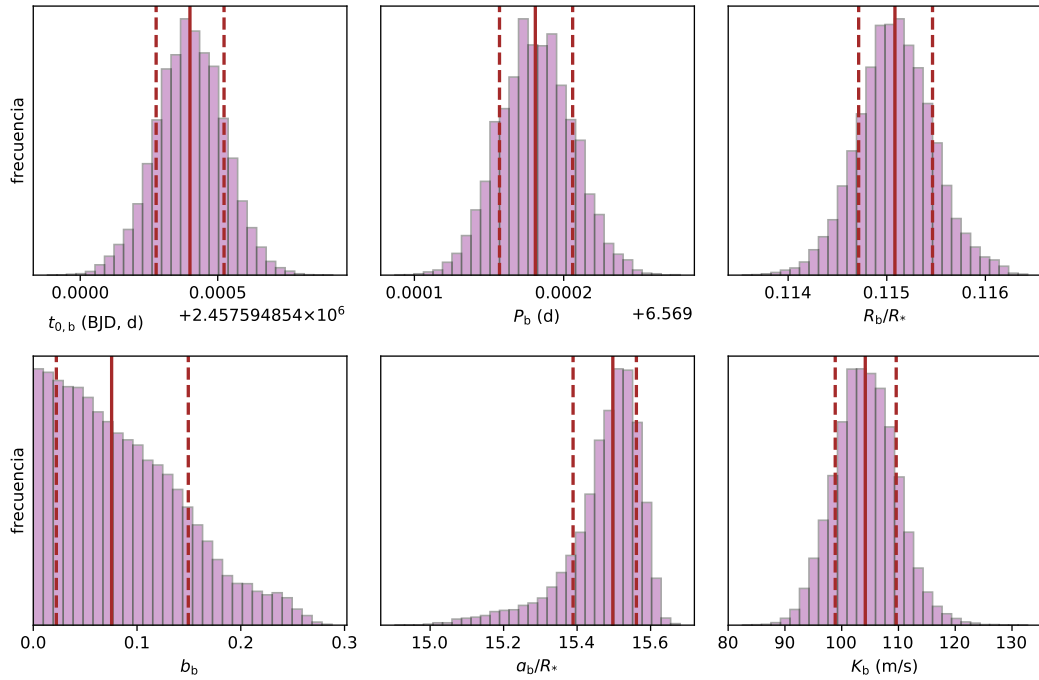


Figura A.4. Distribuciones posteriores de algunos parámetros del ajuste de K2-140 con el modelo de órbita circular realizado por PyORBIT. * PyORBIT ajusta un tiempo de referencia distinto al instante central del primer tránsito.

Tabla A.1. Parámetros obtenidos del ajuste de K2-140 por PyORBIT para el modelo de órbita circular.

$t_{0,b}$ (BJD, d)	P_b (d)	R_b/R_*	a_b/R_*	b_b	K_b (m/s)	q_1	q_2
2457594.85440 ^{+0.00012} _{-0.00012}	6.569181 ^{+0.000025} _{-0.000025}	0.1151 ^{+0.0004} _{-0.0004}	15.50 ^{+0.06} _{-0.11}	0.08 ^{+0.07} _{-0.05}	104 ⁺⁵ ₋₅	0.13 ^{+0.04} _{-0.03}	0.75 ^{+0.14} _{-0.13}
v_{CORALIE} (km/s)	v_{HARPS} (km/s)	v_{FIES} (km/s)	σ_{CORALIE} (m/s)	σ_{HARPS} (m/s)	σ_{FIES} (m/s)		
1.215 ^{+0.008} _{-0.009}	1.246 ^{+0.011} _{-0.011}	1.131 ^{+0.004} _{-0.005}	9 ⁺¹¹ ₋₆	21 ⁺¹⁵ ₋₉	9 ⁺⁶ ₋₆		
M_b (M_J)	R_b (R_J)	a_b (au)	i (°)	ρ_b (kg/m ³)	u_1	u_2	ρ_* (kg/m ³)
1.01 ^{+0.05} _{-0.05}	1.135 ^{+0.019} _{-0.019}	0.0714 ^{+0.0012} _{-0.0013}	89.7 ^{+0.2} _{-0.3}	920 ⁺⁵⁰ ₋₅₀	0.54 ^{+0.03} _{-0.03}	-0.18 ^{+0.08} _{-0.07}	1630 ⁺²⁰ ₋₃₀

* PyORBIT ajusta un tiempo de referencia distinto al instante central del primer tránsito.

Tabla A.2. Priors usados para los parámetros del ajuste de K2-32 realizado por juliet.

$t_{0,b}$ (BJD, d)		$t_{0,c}$ (BJD, d)		$t_{0,d}$ (BJD, d)		P_b (d)		P_c (d)		P_d (d)	
$\mathcal{N}(2456900.925, 0.01)$		$\mathcal{N}(2456899.419, 0.01)$		$\mathcal{N}(2456903.792, 0.01)$		$\mathcal{N}(8.99, 0.01)$		$\mathcal{N}(20.67, 0.06)$		$\mathcal{N}(31.7, 0.1)$	
R_b/R_\star		R_c/R_\star		R_d/R_\star		b_b		b_c		b_d	
$\mathcal{N}(0.06, 0.01)$		$\mathcal{N}(0.035, 0.005)$		$\mathcal{N}(0.04, 0.007)$		$\mathcal{U}(0, 1)$		$\mathcal{U}(0, 1)$		$\mathcal{U}(0, 1)$	
$\mathcal{U}(0, 1)$		$\mathcal{U}(0, 1)$		$\mathcal{U}(0, 1)$		$\mathcal{U}(0, 1)$		$\mathcal{U}(0, 1)$		$\mathcal{U}(0, 1)$	
q_1		q_2		v_{HIRES} (m/s)		v_{HARPS} (m/s)		v_{PFS} (m/s)		σ_{HIRES} (m/s)	
$\mathcal{U}(0, 1)$		$\mathcal{U}(0, 1)$		$\mathcal{U}(-20, 20)$		$\mathcal{U}(-20, 20)$		$\mathcal{U}(-20, 20)$		$\mathcal{U}(0, 15)$	
										$\mathcal{U}(0, 15)$	
										$\mathcal{U}(0, 15)$	
										$\mathcal{U}(0, 15)$	
										$\mathcal{N}(2094, 82)$	

El prior para el tiempo del instante central de K2-32 d no es exactamente el obtenido por el periodograma TLS, sino que se ha corregido ligeramente en base al resultado que obtuvo pyaneti (este sí que usó el valor dado por el periodograma TLS). El resto de priores usados para el ajuste con pyaneti han sido iguales excepto en los parámetros de los espectrógrafos, ya que pyaneti genera automáticamente unos priores en función de los valores de las velocidades radiales.

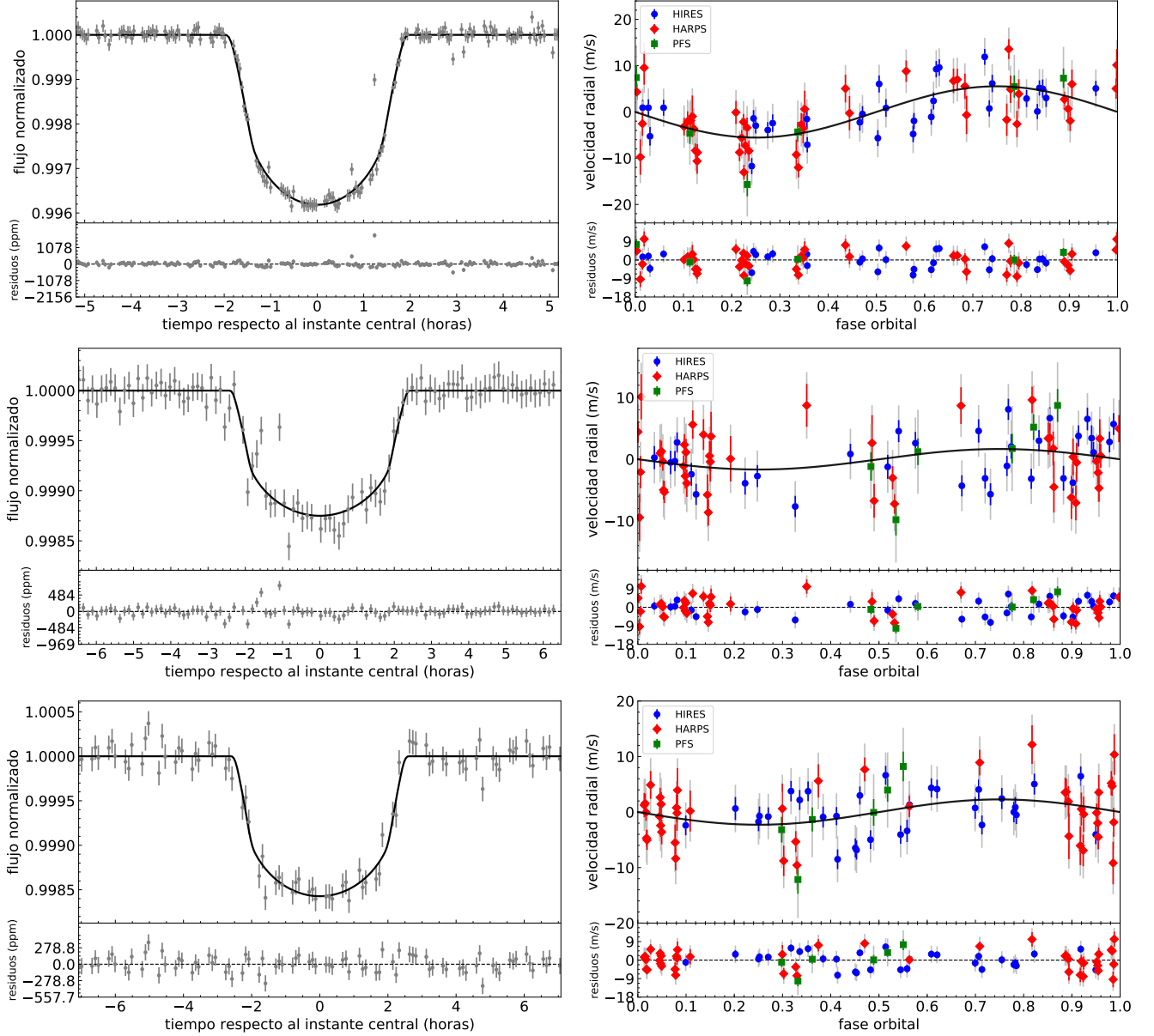


Figura A.5. Resultados del ajuste de K2-32 obtenidos por pyaneti, para el modelo de órbita circular. *Izquierda:* Curva de luz replegada. *Derecha:* Curva de velocidad radial replegada. *Arriba:* K2-32 b. *Centro:* K2-32 c. *Abajo:* K2-32 d.

Tabla A.3. Priors usados para los parámetros del ajuste de K2-141 con juliet, para el modelo con actividad estelar.

$t_{0,b}$ (BJD, d)	P_b (d)	R_b/R_\star	b_b	K_b (m/s)	q_1	q_2	ρ_\star (kg/m ³)
$\mathcal{N}(2457738.465, 0.005)$	$\mathcal{N}(0.280, 0.005)$	$\mathcal{N}(0.02, 0.005)$	$\mathcal{U}(0, 1)$	$\mathcal{U}(0, 20)$	$\mathcal{U}(0, 1)$	$\mathcal{U}(0, 1)$	$\mathcal{N}(3045, 610)$
v_{FIES} (m/s)	v_{HIRES} (m/s)	σ_{FIES} (m/s)	σ_{HIRES} (m/s)	σ_{GP} (m/s)	α_{GP} (d ²)	Γ_{GP} (m/s)	P_{rot} (d)
$\mathcal{N}(0, 10)$	$\mathcal{N}(-3380, 10)$	$\mathcal{U}(0, 10)$	$\mathcal{U}(0, 10)$	$\mathcal{U}(0, 10)$	$\mathcal{J}(0.001, 10)$	$\mathcal{J}(0.01, 100)$	$\mathcal{N}(14.03, 0.09)$

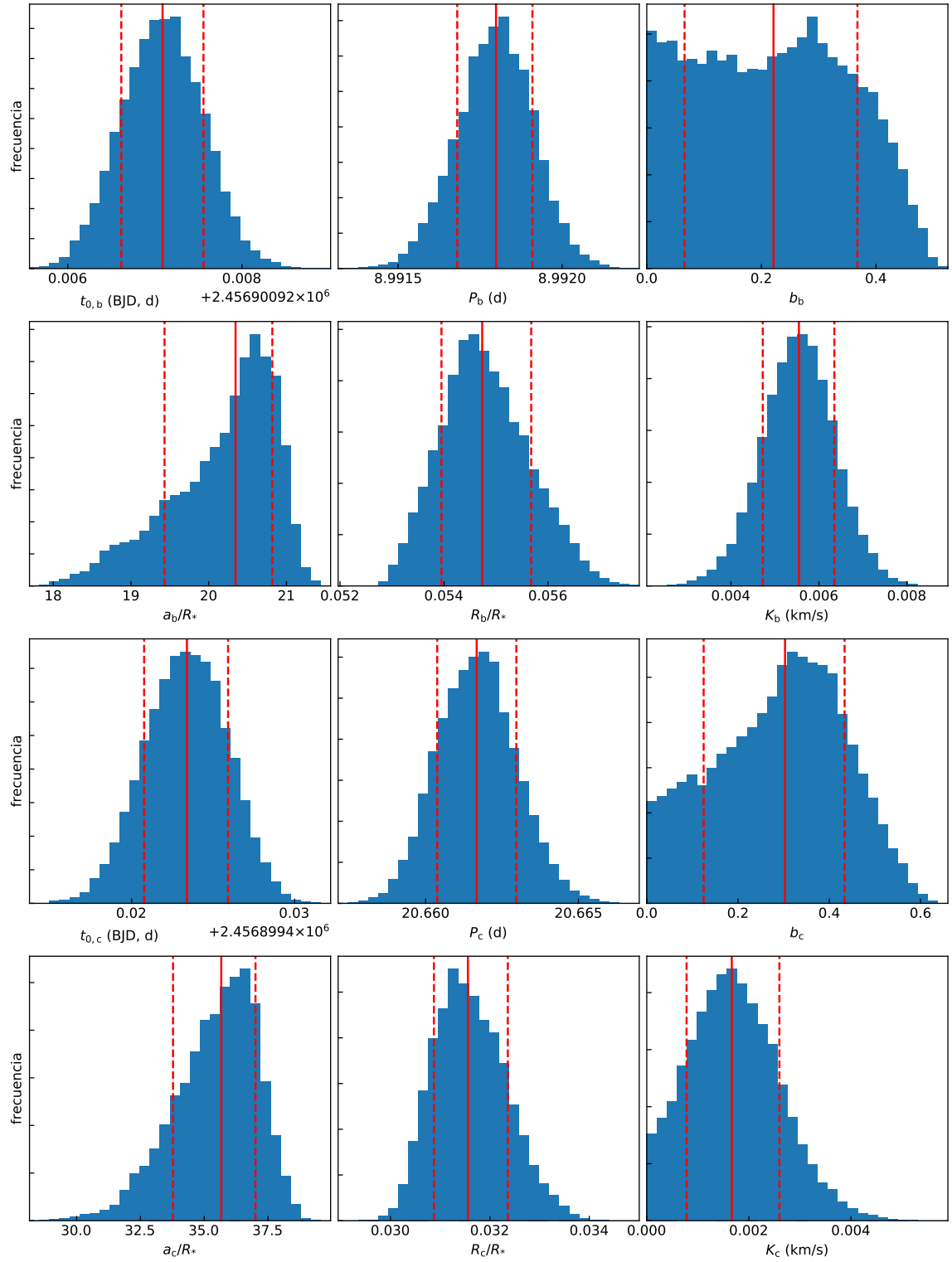


Figura A.6. Distribuciones posteriores de algunos parámetros del ajuste de K2-32 realizado por pyaneti.

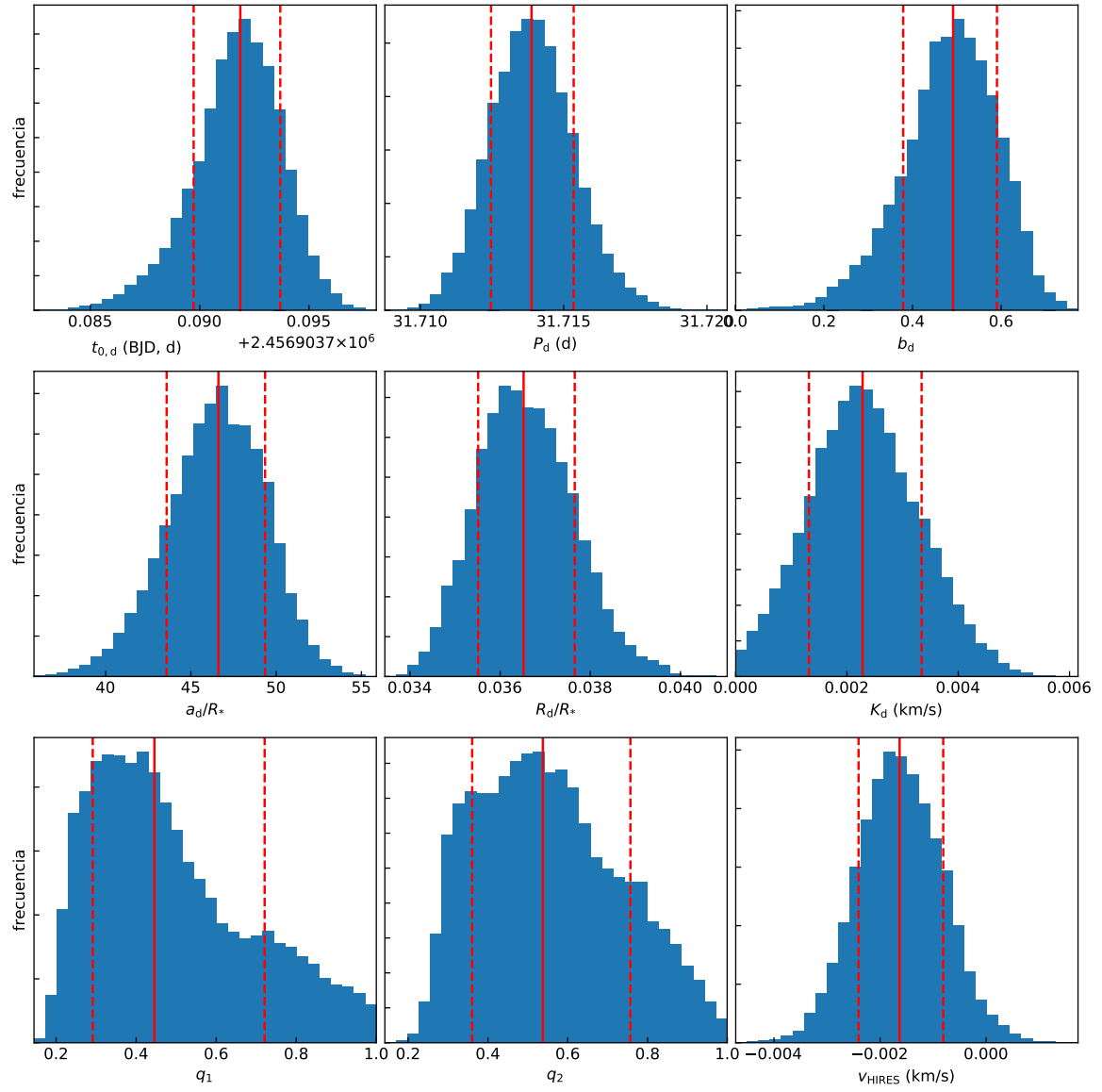


Figura A.7. Distribuciones posteriores de algunos parámetros del ajuste de K2-32 realizado por pyaneti (continuación).

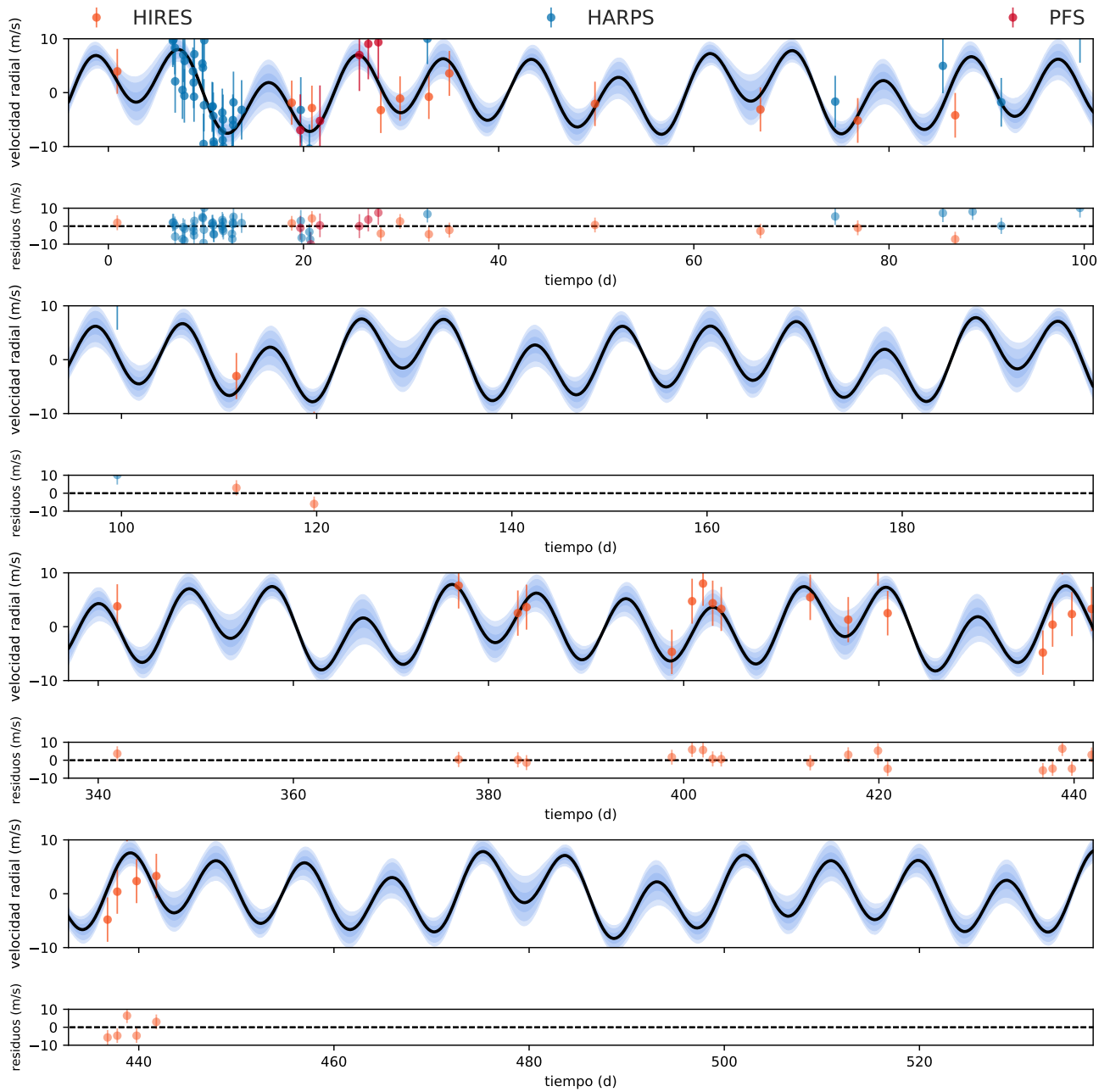


Figura A.8. Curva de velocidad radial de K2-32 obtenida por juliet.

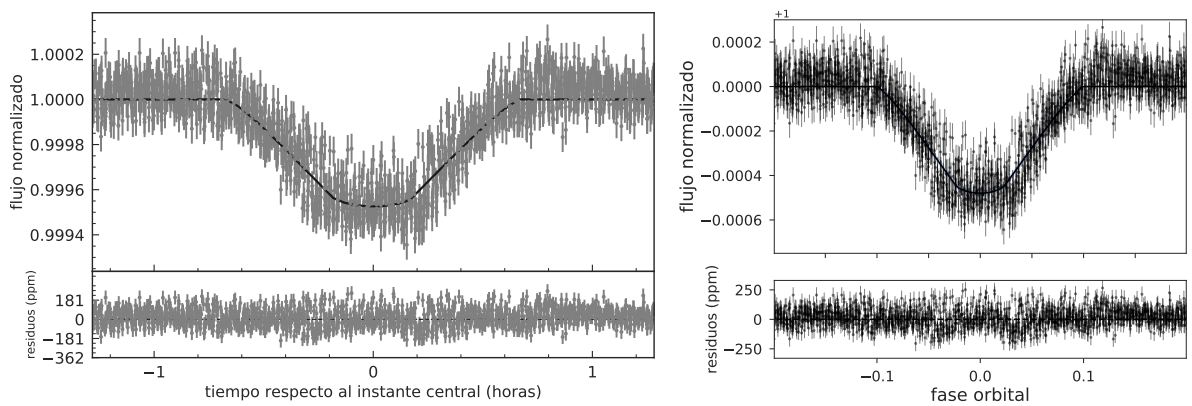


Figura A.9. Curvas de luz replegadas de K2-141 obtenidos por pyaneti y juliet. *Izquierda:* Curva obtenida por pyaneti (sin actividad estelar). *Derecha:* Curva obtenida por juliet con el modelo de actividad estelar (es prácticamente igual que la del modelo sin actividad).

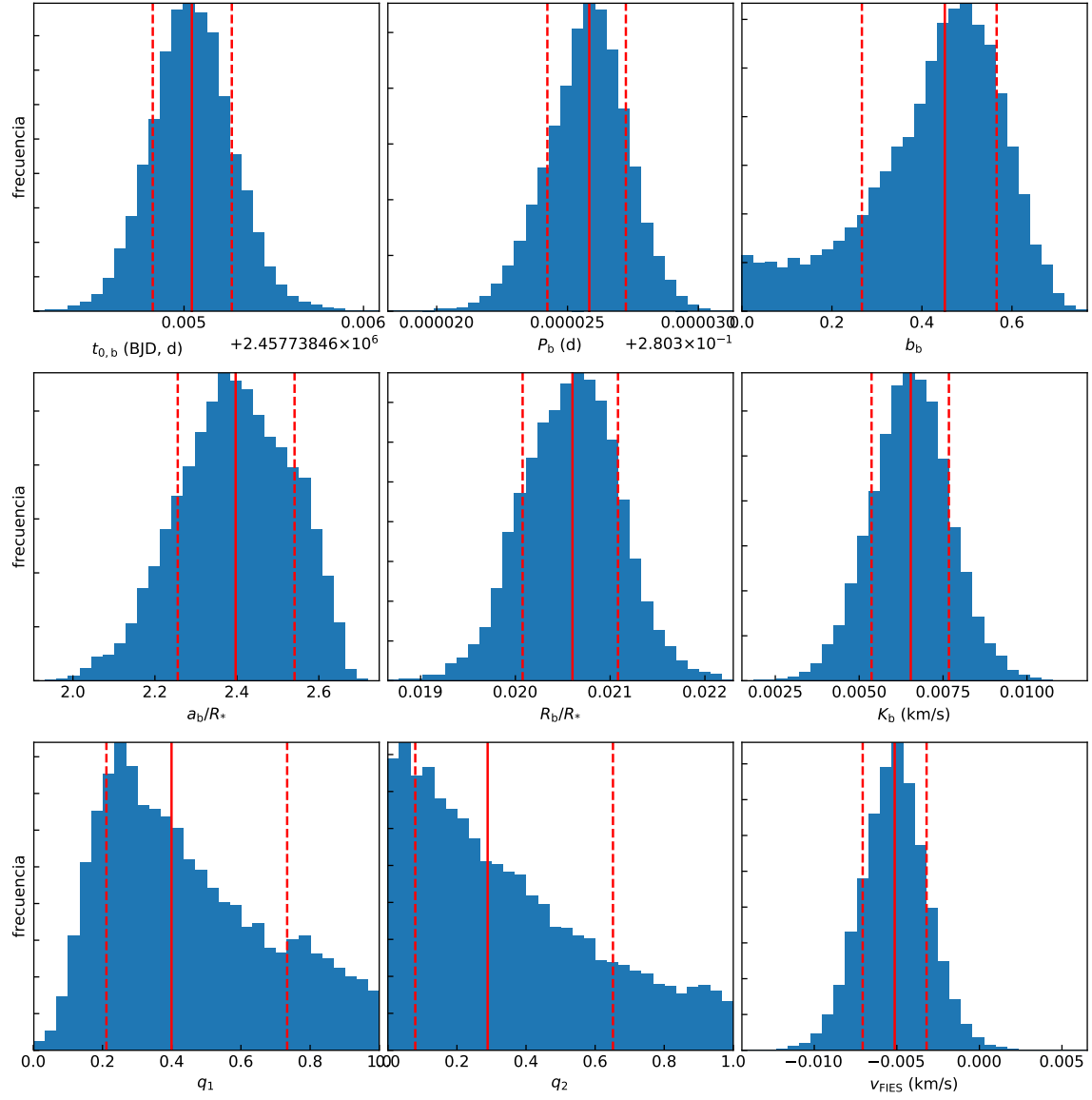


Figura A.10. Distribuciones posteriores de algunos de los parámetros del ajuste de K2-141 realizado por pyaneti (sin actividad estelar).

Código para el análisis preliminar de la fotometría

```
# Análisis de tránsitos de exoplanetas. Periodograma TLS.
# (Transit Least Squares)
"""
Andrés
"""

# Librerías.
from numpy import std, median, isnan, zeros, sqrt, concatenate, \
diff, array, log10, loadtxt, savetxt
from pylab import figure, plot, xlabel, ylabel, title, tight_layout, \
legend, pause, clf, close, errorbar, axvline, ylim
from astropy.io import fits
from scipy.ndimage import median_filter
from transitleastsquares import transitleastsquares
from os import getcwd
from scipy.interpolate import UnivariateSpline

close('all')

color1 = 'black'
color2 = 'darkgrey'

def filtro(x,y,k):
    dx = abs(diff(x))
    mx = median(dx)
    j = [0]
    for i in range(len(dx)):
        if dx[i] > 10*mx:
            j.append(i+1)
    j.append(len(y))
    l = 3 + int(k**0.5/2)
    yy = y
    y2 = array([])
    for i in range(len(j)-1):
        yy[j[i]] = median(y[j[i]:j[i+1]])
        yy[j[i+1]-1] = median(y[j[i+1]-l:j[i+1]])
        y2 = concatenate((y2,median_filter(yy[j[i]:j[i+1]],k,mode='nearest')))
    return y2

#%% Lectura del archivo.

print('')

directorio = getcwd() + '/'
formato = 'K2'

if (formato == 'K2') or (formato == 'TESS'):
    extension = '.fits'

elif formato == 'tabla':
    extension = '.txt'

nombre = input('Nombre del archivo: ')
direccion = directorio + nombre + extension

if formato == 'K2':
    archivo = fits.open(direccion)
    datos = archivo[1].data
    tiempo = datos['TIME']
    flujo = datos['FCOR']

elif formato == 'TESS':
    archivo = fits.open(direccion)
    datos = archivo[1].data
    tiempo = datos['TIME']
    flujo = datos['SAP_FLUX']

elif formato == 'tabla':
    archivo = loadtxt(direccion)
    tiempo = archivo[:,0]
    flujo = archivo[:,1]
    #flujo = 10**(-archivo[:,1])

if formato == 'K2':
    flujo2 = datos['FLUX']
else:
    flujo2 = flujo

cond = ~isnan(flujo2)

tiempo = tiempo[cond]
flujo = flujo[cond]

cond = flujo > 0

tiempo = tiempo[cond]
flujo = flujo[cond]

flujo = flujo / median(flujo)
```

```

figure(1)
plot(tiempo,flujo, '.',color=color1,markersize=2,label=nombre)
xlabel('fecha (días)')
ylabel('flujo relativo')
title('Datos originales')
legend(markerscale=4)
tight_layout()
pause(0.1)

inicio = min(tiempo)
tiempo = tiempo - min(tiempo)

cadencia = median(diff(tiempo))*24*60

print('')
print('Cadencia: ' + str(round(cadencia,1)) + ' minutos')
print('')

%% Recorte.

continuar = 'N'

while continuar != 'C':

    amplitud = input('Máxima amplitud: ')
    print('')

    if amplitud == 'N':
        tiempo_corr = tiempo
        flujo_corr = flujo
        break

    amplitud = float(amplitud)

    cond = abs(flujo - 1) < amplitud
    tiempo_corr = tiempo[cond]
    flujo_corr = flujo[cond]

    figure(1)
    clf()
    plot(tiempo_corr,flujo_corr, '.',color=color1,markersize=2,label=nombre)
    xlabel('tiempo (días)')
    ylabel('flujo relativo')
    title('Curva de luz')
    legend(loc='upper left',markerscale=4)
    tight_layout()
    pause(0.1)

    continuar = 'N'
    while (continuar != 'C') & (continuar != 'R'):
        continuar = input('¿Continuar o repetir? (C o R) ')
        print('')

tiempo = tiempo_corr
flujo = flujo_corr

%% Normalización.

continuar = 'N'

while continuar != 'C':

    nucleo = '1'
    while nucleo == '1':
        nucleo = input('Parámetro del primer ajuste: ')

    if nucleo != 'N':

        nucleo = int(nucleo)

        if nucleo%2 == 0:
            print('* El número debe ser impar. Se ha usado ' + str(nucleo + 1) + '.')
            nucleo = nucleo + 1
            print('')

        ajuste1 = filtro(tiempo,flujo,nucleo)

        flujoplano = flujo / ajuste1

        continuo = flujoplano
        tendencia = flujo
        tiempo_tend = tiempo
        for i in range(3):
            cond = abs(continuo - 1) < 2.5*std(continuo)
            continuo = continuo[cond]
            tendencia = tendencia[cond]
            tiempo_tend = tiempo_tend[cond]

```

```

desv = std(contínuo)

cond = flujoplano < 1 + 5*desv
tiempo_corr = tiempo[cond]
flujo_corr = flujo[cond]
flujoplano_corr = flujoplano[cond]

figure(1)
clf()
plot(tiempo_corr, flujo_corr, '.', color=color1, markersize=2, label=nombre)
plot(tiempo, ajuste1, '- ', color=color2, linewidth=2, label='ajuste')
xlabel('tiempo (días)')
ylabel('flujo relativo')
title('Curva de luz')
legend(loc='lower left', ncol=2, markerscale=4)
tight_layout()
pause(0.1)

figure(2)
clf()
plot(tiempo_corr, flujoplano_corr, '.', color=color1, markersize=2, label=nombre)
xlabel('tiempo (días)')
ylabel('flujo normalizado')
title('Curva de luz normalizada')
legend(loc='lower left', markerscale=4)
tight_layout()
pause(0.1)

continuar = 'N'

else:

    ajuste1 = []
    flujoplano = flujo

    continuo = flujoplano
    for i in range(3):
        cond = abs(contínuo - 1) < 2.5*std(contínuo)
        continuo = continuo[cond]

    desv = std(contínuo)

    cond = flujoplano < 1 + 5*desv
    tiempo_corr = tiempo[cond]
    flujo_corr = flujo[cond]
    flujoplano_corr = flujoplano[cond]

    continuar = 'C'
    print('')

while (continuar != 'C') & (continuar != 'R'):
    continuar = input('¿Continuar o repetir? (C o R) ')
    print('')

if nucleo != 'N':
    ajuste1 = ajuste1[cond]
tiempo = tiempo_corr
flujo = flujo_corr
flujoplano = flujoplano_corr

### Normalización.

continuar = 'N'

while continuar != 'C':

    if nucleo != 'N':
        suavidad = input('Parámetro del segundo ajuste: ')
        print('')
    else:
        suavidad = 'N'

    if suavidad != 'N':

        suavidad = float(suavidad)
        suavidad = (len(tiempo_tend)*(suavidad*desv)**2)

        spl = UnivariateSpline(tiempo_tend, tendencia, s=suavidad)
        ajuste2 = spl(tiempo)

        cond = flujoplano < 1 + 5*desv
        tiempo_corr = tiempo[cond]
        flujo_corr = flujo[cond]
        flujoplano_corr = (flujo/ajuste2)[cond]

    else:

        ajuste2 = ajuste1
        tiempo_corr = tiempo

```

```

    flujo_corr = flujo
    flujoplano_corr = flujoplano

    figure(1)
    clf()
    plot(tiempo_corr, flujo_corr, '.', color=color1, markersize=2, label=nombre)
    if nucleo != 'N':
        plot(tiempo, ajuste2, '-', color=color2, linewidth=1.5, label='ajuste')
    xlabel('tiempo (días)')
    ylabel('flujo relativo')
    title('Curva de luz')
    legend(loc='upper left', ncol=2, markerscale=4)
    tight_layout()
    pause(0.1)

    figure(2)
    clf()
    plot(tiempo_corr, flujoplano_corr, '.', color=color1, markersize=2, label=nombre)
    xlabel('tiempo (días)')
    ylabel('flujo normalizado')
    title('Curva de luz normalizada')
    legend(loc='lower left', markerscale=4)
    tight_layout()
    pause(0.1)

    if suavidad == 'N':
        break

    continuar = 'N'
    while (continuar != 'C') & (continuar != 'R'):
        continuar = input('¿Continuar o repetir? (C o R) ')
        print('')

    tiempo = tiempo_corr
    flujo = flujo_corr
    flujoplano = flujoplano_corr

    %% Recorte.

    continuar = 'N'

    while continuar != 'C':

        amplitud = input('Máxima amplitud inferior: ')
        print('')

        if amplitud == 'N':
            tiempo_corr = tiempo
            flujo_corr = flujo
            flujoplano_corr = flujoplano
            break

        amplitud = float(amplitud)

        cond = abs(flujoplano - 1) < amplitud
        tiempo_corr = tiempo[cond]
        flujo_corr = flujo[cond]
        flujoplano_corr = flujoplano[cond]

        figure(2)
        clf()
        plot(tiempo_corr, flujoplano_corr, '.', color=color1, markersize=2, label=nombre)
        xlabel('tiempo (días)')
        ylabel('flujo normalizado')
        title('Curva de luz normalizada')
        legend(loc='lower right', markerscale=4)
        tight_layout()
        pause(0.1)

        continuar = 'N'
        while (continuar != 'C') & (continuar != 'R'):
            continuar = input('¿Continuar o repetir? (C o R) ')
            print('')

    tiempo = tiempo_corr
    flujo = flujo_corr
    flujoplano = flujoplano_corr

    %% Periodograma.

    eventos_per, eventos_dur, eventos_tran = [], [], []
    eventos_tiem, eventos_flujopl = [], []

    continuar = 'N'

    i = 0

    while continuar != 'C':

```

```

if i == 0:
    tiempoTLS = tiempo
    flujoTLS = flujo
    flujoplanoTLS = flujoplano

TLS = transitleastsquares(tiempoTLS, flujoplanoTLS)

resultados = TLS.power()

potencia = resultados.power
transitos = resultados.transit_times
periodos = resultados.periods
periodo = resultados.period
duracion = resultados.duration
periodo_err = resultados.period_uncertainty
SDE = resultados.SDE

fase = resultados.folded_phase
flujofase = resultados.folded_y
horas = (fase - 0.5)*periodo*24

cond = abs(horas) < 2*duracion*24
horas = horas[cond]
flujofase = flujofase[cond]

L = len(tiempoTLS)
Nt = len(transitos)
cond = array([False for i in range(L)])
for j in range(Nt):
    cond = cond | (abs(tiempoTLS - transitos[j]) < 2*duracion)

tiempo_tr = tiempoTLS[cond]
flujoplano_tr = flujoplanoTLS[cond]

tiempoTLS = tiempoTLS[~cond]
flujoTLS = flujoTLS[~cond]
flujoplanoTLS = flujoplanoTLS[~cond]

colori = 'C' + str(i%9)

figure(2)
clf()
plot(tiempoTLS, flujoplanoTLS, '.', color=color1, markersize=2, label=nombre)
for j in range(len(eventos_tiem)):
    colorj = 'C' + str(j%9)
    plot(eventos_tiem[j], eventos_flujopl[j], '.', color=colorj, markersize=2, \
        label='planeta ' + str(j+1))
plot(tiempo_tr, flujoplano_tr, '.', color=colori, markersize=2, \
    label='planeta ' + str(i+1))
xlabel('tiempo (días)')
ylabel('flujo normalizado')
title('Curva de luz normalizada')
legend(loc='lower left', markerscale=4)
tight_layout()
pause(0.1)

figure(3+2*i)
clf()
for j in range(1, int(max(periodos)/periodo)):
    axvline((j+1)*periodo, linestyle='--', color=color2, alpha=0.3)
for j in range(1, int(periodo/min(periodos))):
    axvline(periodo/(j+1), linestyle='--', color=color2, alpha=0.3/sqrt(j+1))
plot(periodos, potencia, '-', color=colori, label=nombre)
axvline(periodo, linestyle='-', color=color2, alpha=0.6, \
    label=str(round(periodo, 2)) + ' días')
plot([], [], '--', color=color2, alpha=0.5, linewidth=2, label='(sub)armónicos')
xlabel('periodo (días)')
ylabel('potencia')
title('Periodograma - ' + str(i+1) + 'a búsqueda')
legend(loc='upper right', markerscale=4)
tight_layout()
pause(0.1)

figure(4+2*i)
clf()
plot(horas, flujofase, '.', color=colori, markersize=4, label=nombre)
errorbar(max(horas), min(flujofase), desv, fmt=' ', markersize=12, \
    markerfacecolor=color1, color=color1, label='incertidumbre')
xlabel('tiempo respecto al instante central (horas)')
ylabel('flujo normalizado')
title('Curva de luz replegada - planeta ' + str(i+1))
legend(loc='lower left', markerscale=2)
tight_layout()
pause(0.1)

n_per = -int(log10(periodo_err)) + 2

print('')

```

```

print('Resultados del planeta más probable')
print('Eficiencia de la detección: ' + str(round(SDE,2)) + ' ')
print("- Periodo: " + str(round(periodo,n_per)) + " +/- " + \
      str(round(periodo_err,n_per)) + " días")
print("- Fecha del primer tránsito: día " + str(round(transitos[0],3)) + \
      ' (' + str(round(transitos[0]+inicio,3)) + ' ')
print('')

continuar = 'N'
while (continuar != 'C') & (continuar != 'B') & (continuar != 'D'):
    continuar = input('¿Continuar, buscar otro planeta o ' + \
                      'descartar el último? (C, B o D) ')
    print('')

if continuar != 'D':
    eventos_per.append(periodo)
    eventos_dur.append(duracion)
    eventos_tran.append(transitos)
    eventos_tiem.append(tiempo_tr)
    eventos_flujopl.append(flujoplano_tr)
else:
    close(figure(3+2*i))
    close(figure(4+2*i))

    figure(2)
    clf()
    plot(tiempoTLS,flujoplanoTLS,'.',color=color1,markersize=2,label=nombre)
    for j in range(len(eventos_tiem)):
        colorj = 'C' + str(j%9)
        plot(eventos_tiem[j],eventos_flujopl[j],'.',color=colorj,\
              markersize=2,label='planeta ' + str(j+1))
    xlabel('tiempo (días)')
    ylabel('flujo normalizado')
    title('Curva de luz normalizada')
    legend(loc='lower left',ncol=2,markerscale=4)
    tight_layout()
    pause(0.1)

    break

i = i + 1

desv = std(flujoplanoTLS)

####

tiempo_lc, flujoplano_lc = [],[]

n = len(eventos_per)

for i in range(n):
    periodo = eventos_per[i]
    duracion = eventos_dur[i]
    transitos = eventos_tran[i]

    tiempo_tr = eventos_tiem[i]
    flujoplano_tr = eventos_flujopl[i]

    cond = array([False for i in range(len(tiempo_tr))])
    for j in range(n-1):
        if j != i:
            for k in range(len(eventos_tran[j])):
                cond = cond | \
                    (abs(tiempo_tr - eventos_tran[j][k]) < 2*eventos_dur[j])

    tiempo_tr = tiempo_tr[~cond]
    flujoplano_tr = flujoplano_tr[~cond]

    horas_tr = ((tiempo_tr - transitos[0] - periodo/2)%periodo - periodo/2)*24

    ind = horas_tr.argsort()

    colori = 'C' + str(i%9)

    terminar = 'N'

    while terminar != 'T':
        suavidad = input('Parámetro del ajuste (planeta ' + str(i+1) + '): ')
        print('')

        if suavidad == 'N':
            tiempo_tr_corr = tiempo_tr
            flujoplano_tr_corr = flujoplano_tr
            break

```

```

suavidad = float(suavidad)
suavidad = (len(horas_tr)*(suavidad*desv)**2)

spl = UnivariateSpline(horas_tr[ind],flujoplano_tr[ind],s=suavidad)
modelo = spl(horas_tr)
prof = 1 - min(modelo)

cond = abs(flujoplano_tr - modelo) < max(0.5*prof,3*desv)
horas_tr_corr = horas_tr[cond]
tiempo_tr_corr = tiempo_tr[cond]
flujoplano_tr_corr = flujoplano_tr[cond]
horas_no = horas_tr[~cond]
flujoplano_no = flujoplano_tr[~cond]

figure(4+2*i)
clf()
plot(horas_tr_corr,flujoplano_tr_corr,'.',color=colori,markersize=4,\
      label=nombre)
if len(horas_no) != 0:
    plot(horas_no,flujoplano_no,'.',color=color1,markersize=4,\
          label='puntos descartados')
errorbar(max(horas_tr),min(flujoplano_tr)-0.00012,desv,fmt='',markersize=12,\
          markerfacecolor=color1,color=color1,label='incertidumbre')
plot(horas_tr[ind],modelo[ind], '--',color=color2,\
      linewidth=2,alpha=1.0,label='ajuste')
xlabel('tiempo respecto al instante central (horas)')
ylabel('flujo normalizado')
title('Curva de luz replegada - planeta ' + str(i+1))
ylim(bottom=1-0.00094)
legend(loc='lower left',ncol=2,markerscale=2)
tight_layout()
pause(0.1)

terminar = 'N'
while (terminar != 'T') & (terminar != 'R'):
    terminar = input('¿Terminar o repetir? (T o R) ')
print('')

tiempo_lc = concatenate((tiempo_lc,tiempo_tr_corr))
flujoplano_lc = concatenate((flujoplano_lc,flujoplano_tr_corr))

#### Archivos de salida.

tiempo = tiempo + inicio
tiempo_lc = tiempo_lc + inicio

tabla = zeros([len(tiempo),3])
tabla[:,0] = tiempo
tabla[:,1] = flujo
tabla[:,2] = desv

savetxt(nombre + '.dat',tabla,fmt='%f')

print('Se ha generado el archivo ' + nombre + '.dat.')
print('')

if n != 0:

    tabla = zeros([len(tiempo_lc),3])
    tabla[:,0] = tiempo_lc
    tabla[:,1] = flujoplano_lc
    tabla[:,2] = desv

    savetxt(nombre + '_lc.dat',tabla,fmt='%f')

    print('Se ha generado el archivo ' + nombre + '_lc.dat.')
    print('')

```


Código para el análisis preliminar de las velocidades radiales

```
# Análisis de datos de velocidad radial. Periodograma GLS.
# (Generalized Lomb-Scargle)
"""
Andrés
"""

# Librerías.
from numpy import genfromtxt, array, ones, concatenate, mean
from pylab import figure, plot, errorbar, semilogx, xlabel, ylabel, \
title, legend, pause, axvline, axhline, tight_layout, close, clf, locator_params
from astropy.stats import LombScargle
from os import getcwd
# from PyAstronomy.pyTiming import pyPeriod

close('all')

color1 = 'brown'
color2 = 'darkgrey'

### Lectura del archivo.

print('')

directorio = getcwd() + '/'
nombre = input('Nombre del archivo: ')
extension = '.dat'
direccion = directorio + nombre + extension

datos = genfromtxt(direccion)
instr = genfromtxt(direccion, dtype='str', usecols=[3])

tiempo = datos[:, 0]
velocidad = datos[:, 1]
vel_err = datos[:, 2]

uds = 'm/s'
corr = True

L = len(velocidad)

etiqueta = array([instr[0]])
for i in range(L-1):
    for j in range(len(etiqueta)):
        if sum(etiqueta == instr[i+1]) == 0:
            etiqueta = concatenate((etiqueta, [instr[i+1]]))

N = len(etiqueta)

figure(1)
for i in range(N):
    errorbar(tiempo[instr==etiqueta[i]], velocidad[instr==etiqueta[i]], \
            vel_err[instr==etiqueta[i]], fmt='.', color='black', \
            markerfacecolor='C'+str(i), markersize=10, \
            label=nombre+' ('+etiqueta[i]+')')
xlabel('fecha (días)')
ylabel('velocidad radial (' + uds + ')')
title('Datos originales')
legend(markerscale=1.1)
tight_layout()
pause(0.1)

print('')

### Corrección.

tiempo = tiempo - min(tiempo)

if corr == True:
    vel_sist = [[] for i in range(N)]
    L = len(velocidad)
    for i in range(N):
        vel_i = velocidad[instr == etiqueta[i]]
        vel_sist[i] = mean(vel_i)
        velocidad[instr == etiqueta[i]] = vel_i - vel_sist[i]
        print('Velocidad sistémica de ' + etiqueta[i] + ': ' + \
            str(round(vel_sist[i], 3)) + ' ' + uds)

figure(2)
for i in range(N):
    errorbar(tiempo[instr==etiqueta[i]], velocidad[instr==etiqueta[i]], \
            vel_err[instr==etiqueta[i]], fmt='.', color='black', \
            markerfacecolor='C'+str(i), markersize=10)
    errorbar([], [], [], fmt='.', color='black', \
            markerfacecolor='C'+str(i), markersize=12, \
            label=nombre+' ('+etiqueta[i]+')')
xlabel('tiempo (días)')
ylabel('velocidad radial (' + uds + ')')
title('Datos corregidos')
legend(loc='lower right', markerscale=1.1)
```

```

tight_layout()
pause(0.1)

### Periodograma.

GLS = LombScargle(tiempo, velocidad, vel_err)

frecuencias, potencia = GLS.autopower(samples_per_peak=20, nyquist_factor=60)

periodos = 1/frecuencias

per_min, per_max = 0.25, 0*max(tiempo)/2 + 60

potencia = potencia[(periodos > per_min) & (periodos < per_max)]
frecuencias = frecuencias[(periodos > per_min) & (periodos < per_max)]
periodos = periodos[(periodos > per_min) & (periodos < per_max)]

periodo = periodos[potencia == max(potencia)][0]
prob = GLS.false_alarm_probability(max(potencia))
niveles = GLS.false_alarm_level([0.01, 0.001, 0.0001])

figure(3)
semilogx(periodos, potencia, '-', color=color1, label=nombre)
for i in range(len(niveles)):
    axhline(niveles[i], linestyle='-.', color=color2, alpha=0.5)
plot([], [], '-', color=color2, alpha=0.5, \
      label='niveles de probabilidad \nde falsa alarma del\n1 %, 0.1 % y 0.01 %')
xlabel('periodo (días)')
ylabel('potencia')
title('Periodograma')
legend(markerscale=1.1)
tight_layout()
pause(0.1)

figure(4)
plot(frecuencias, potencia, '-', color=color1, label=nombre)
for i in range(len(niveles)):
    axhline(niveles[i], linestyle='-.', color=color2, alpha=0.5)
plot([], [], '-', color=color2, alpha=0.5, \
      label='niveles de probabilidad \nde falsa alarma del\n1 %, 0.1 % y 0.01 %')
xlabel('frecuencia (/día)')
ylabel('potencia')
title('Periodograma')
legend(markerscale=1.2)
tight_layout()
pause(0.1)

print('')
print('Periodo más probable: ' + str(round(periodo, 6)) + ' días')
print('Probabilidad de falsa alarma: ' + str(prob))
print('')

### Curva en fase.

terminar = 'N'

while terminar != 'T':

    periodo = float(input('Periodo (días): '))
    print('')
    frecuencia = 1/periodo

    figure(3), clf()
    semilogx(periodos, potencia, '-', color=color1, label=nombre)
    for i in range(len(niveles)):
        axhline(niveles[i], linestyle='-.', color=color2, alpha=0.5)
    plot([], [], '-', color=color2, alpha=0.5, \
          label='niveles de probabilidad \nde falsa alarma del\n1 %, 0.1 % y 0.01 %')
    axvline(periodo, linestyle='-', color=color2, alpha=0.5, \
             label=str(round(periodo, 2)) + ' días')
    xlabel('periodo (días)')
    ylabel('potencia')
    title('Periodograma')
    legend(markerscale=1.1)
    tight_layout()
    pause(0.1)

    figure(4), clf()
    plot(frecuencias, potencia, '-', color=color1, label=nombre)
    for i in range(len(niveles)):
        axhline(niveles[i], linestyle='-.', color=color2, alpha=0.5)
    plot([], [], '-', color=color2, alpha=0.5, \
          label='niveles de probabilidad \nde falsa alarma del\n1 %, 0.1 % y 0.01 %')
    axvline(frecuencia, linestyle='-', color=color2, alpha=0.5, \
             label=str(round(frecuencia, 3)) + ' /día')
    xlabel('frecuencia (/día)')
    ylabel('potencia')
    title('Periodograma')
    legend(markerscale=1.1)

```

```

tight_layout()
pause(0.1)

fase = (tiempo%periodo)/periodo

figure(5)
clf()
for i in range(N):
    errorbar(fase[instr==etiqueta[i]], velocidad[instr==etiqueta[i]], \
        vel_err[instr==etiqueta[i]], fmt='.', color='black', \
        markerfacecolor='C'+str(i), markersize=10, \
        label=nombre+' ('+etiqueta[i]+'))
errorbar([], [], alpha=0, \
    label='periodo: ' + str(round(periodo,2)) + ' días')
xlabel('fase orbital')
ylabel('velocidad radial (' + uds + ')')
title('Curva de velocidad radial replegada')
legend(loc='upper right', markerscale=1.1)
tight_layout()
pause(0.1)

terminar = 'N'
while (terminar != 'T') & (terminar != 'R'):
    terminar = input('¿Terminar o repetir con otro periodo? (T o R) ')
print('')

```